PAT-NO:

JP02004133491A

DOCUMENT-IDENTIFIER:

JP 2004133491 A

TITLE:

BOLTZMANN MODEL CALCULATION ENGINE FOR OPTION

PRICE,

BOLTZMANN MODEL CALCULATION ENGINE FOR PREMIUM,

DEALING

SYSTEM, DEALING PROGRAM, PREMIUM ESTIMATION

SYSTEM AND

PREMIUM ESTIMATION PROGRAM

PUBN-DATE:

April 30, 2004

INVENTOR-INFORMATION:

NAME COUNTRY

TAKEZAWA, NOBUHISA

UENOHARA, YUJI

MURAKAMI, YOSHIKI

KAWASHIMA, MASATOSHI

SAKAGAMI, MASAHIRO

ISHIKAWA, YUKIHIRO

N/A

ASSIGNEE-INFORMATION:

NAME COUNTRY

TOSHIBA CORP N/A
TOSHIBA SOLUTIONS CORP N/A

APPL-NO:

JP2002252069

APPL-DATE:

August 29, 2002

PRIORITY-DATA: 2002233977 (August 9, 2002)

INT-CL (IPC): G06F017/60, G06F017/10 , G06F017/18 , G06F019/00

ABSTRACT:

PROBLEM TO BE SOLVED: To provide a dealing system capable of deciding option

price wherein a portfolio formed by combining a plurality of assets hardly

having transaction result data in a usable market is <u>underlying</u> <u>assets</u>.

11/16/06, EAST Version: 2.0.3.0

SOLUTION: This dealing system has a Boltzmann calculation engine 103 for the

option price, and a dealing terminal 105 displaying a calculation
result of the

Boltzmann calculation engine for the <u>option</u> price. By the Boltzmann calculation engine for the <u>option</u> price, a boltzmann model is solved by a Monte

Carlo method, price fluctuation paths of the plurality of assets are generated,

the price of the **option** of the portfolio depending on the price of the

plurality of assets is calculated, and the calculated $\underline{\text{option}}$ price is displayed on the terminal.

COPYRIGHT: (C) 2004, JPO

(19) **日本国特許庁(JP)**

(12)公開特許公報(A)

(11)特許出願公開番号

特開2004-133491 (P2004-133491A)

(43) 公開日 平成16年4月30日(2004.4.30)

				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
(51) Int.C1. ⁷	FI		テーマコード(参考)		
G06F 17/60	GO6F	17/60 2	204	5B056	
G06F 17/10	GO6F	17/60 2	234E		
G06F 17/18	GO6F	17/60 2	234G		
G06F 19/00	GO6F	17/60 5	516		
	G06F	17/10	Z		
	審査請求 未	請求 請求項	の数 14 O L	(全 52 頁)	最終頁に続く
(21) 出願番号	特願2002-252069 (P2002-252069)	(71) 出願人	000003078		
(22) 出題日	平成14年8月29日 (2002.8.29)		株式会社東芝		•
(31) 優先權主張番号	特顧2002-233977 (P2002-233977)		東京都港区芝派	一丁目1番1	号
(32) 優先日	平成14年8月9日 (2002.8.9)	(71) 出願人	301063496		
(33) 優先權主張国	日本国 (JP)		東芝ソリューション株式会社		
			東京都港区芝浦	一丁目1番1	号
		(74) 代理人	100083806		
			弁理士 三好	秀和	
		(74) 代理人	100068342		
			弁理士 三好	保男	
		(74) 代理人	100100712		
			弁理士 岩▲鮨	▼ 幸邦	
		(74) 代理人	100100929		
			弁理士 川又	澄雄	
				揖	段終頁に続く

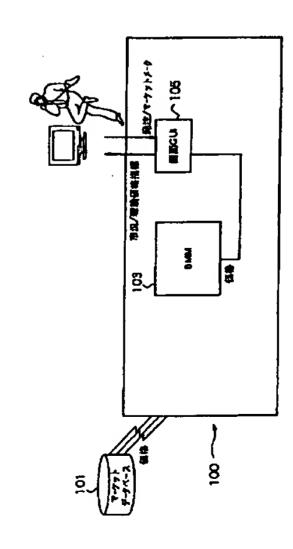
(54) 【発明の名称】オプション価格用ポルツマンモデル計算エンジン、保険料用ポルツマンモデル計算エンジン、ディーリングシステム、ディーリングプログラム、保険料評価システム及び保険料評価プログラム

(57)【要約】

【課題】利用できるマーケットでの取引実績データがほ とんどない複数の資産を組み合わせたポートフォリオを 原資産とするオプション価格が決定できるディーリング システムを提供する。

【解決手段】本発明のディーリングシステムは、オプション価格用ボルツマン計算エンジン103と、当該オプション価格用ボルツマン計算エンジンの計算結果を表示するディーリング端末105とを備え、オプション価格用ボルツマン計算エンジンによって、モンテカルロ法によりボルツマンモデルを解き、複数の資産の価格変動パスを発生させて、複数の資産価格に依存するポートフォーマットリオのオプションの価格を算出し、この算出したオプション価格を端末に表示する。

【選択図】 図4



【特許請求の範囲】

【請求項1】

必要なパラメータを設定するパラメータ設定部と、

評価条件を設定する評価条件設定部と、

モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、複数の資産の価格変動パスを発生させて、複数の資産価格に依存する、前記評価条件を満たすオプションの価格を算出するボルツマンモデル計算部とを備えて成るオプション価格用ボルツマンモデル計算エンジン。

【請求項2】

必要なパラメータを設定するパラメータ設定部と、

評価条件を設定する評価条件設定部と、

モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、1つの保険リスクもしくは複数の保険 リスクのポートフォリオの損失額確率分布を生成して、前記評価条件を満たす、1つの保 険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を演算するボルツマンモデ ル計算部とを備えて成る保険料用ボルツマンモデル計算エンジン。

【請求項3】

オプション価格用ボルツマン計算エンジンと、当該オプション価格用ボルツマン計算エンジンの計算結果を表示するディーリング端末とを備えて成るディーリングシステムであって、

前記オプション価格用ボルツマン計算エンジンは、必要なパラメータを設定するパラメータ設定部と、評価条件を設定する評価条件設定部と、モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、複数の資産の価格変動パスを発生させて、複数の資産価格に依存する、前記評価条件を満たすオプションの価格を算出するボルツマンモデル計算部とを備え、前記ディールングで表表し、前記オプションの価格を算出するボルツマンモデル計算エンジンが算出す

前記ディーリング端末は、前記オプション価格用ボルツマンモデル計算エンジンが算出する複数の資産価格に依存するオプションの価格を表示することを特徴とするディーリングシステム。

【請求項4】

前記ボルツマンモデル計算エンジンは、マーケットデータに基づいた複数の資産のヒストリカルな情報と整合性を保った複数の資産価格に依存するオプションの価格を算出する機能を備えたことを特徴とする請求項3に記載のディーリングシステム。

【請求項5】

前記複数の資産価格に依存するオプションは、複数の資産を組み合わせたポートフォリオ を原資産とするオプションであることを特徴とする請求項3又は4に記載のディーリング システム。

【請求項6】

前記複数の資産価格に依存するオプションは、複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションであることを特徴とする請求項3又は4に記載のディーリングシステム。

【請求項7】

必要なパラメータを設定する処理と、

評価条件を設定する処理と、

モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、複数の資産の価格変動パスを発生させて、複数の資産価格に依存する、前記評価条件を満たすオプションの価格を算出する処理と、

算出した複数の資産価格に依存するオプションの価格を表示する処理とをコンピュータに 実行させることを特徴とするディーリングプログラム。

【請求項8】

マーケットデータに基づいた複数の資産のヒストリカルな情報と整合性を保った複数の資産価格に依存するオプションの価格を算出することを特徴とする請求項7に記載のディーリングプログラム。

【請求項9】

40

50

20

10

前記複数の資産価格に依存するオプションは、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプションであることを特徴とする請求項7又は8に記載のディーリングプログラム。

【請求項10】

前記複数の資産価格に依存するオプションは、複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションであることを特徴とする請求項7又は8に記載のディーリングプログラム。

【請求項11】

保険料用ボルツマンモデル計算エンジンと、前記保険料用ボルツマンモデル計算エンジン が演算した1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を表示 する保険料評価用端末とを備えて成る保険料評価システムであって、

前記保険料用ボルツマンモデル計算エンジンは、必要なパラメータを設定するパラメータ 設定部と、評価条件を設定する評価条件設定部と、モンテカルロ法によってボルツマンモ デルを解き、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額確率 分布を生成して、前記評価条件を満たす、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクの ポートフォリオの保険料を演算するボルツマンモデル計算部とを備えたことを特徴とする 保険料評価システム。

【請求項12】

前記保険料用ボルツマンモデル計算エンジンは、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクの過去の損失額データに基づいた損失額確率分布と整合性を保った保険料を算出する 20機能を備えたことを特徴とする請求項11に記載の保険料評価システム。

【請求項13】

必要なパラメータを設定する処理と、

評価条件を設定する処理と、

モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、1つの保険リスクもしくは複数の保険 リスクのポートフォリオの損失額確率分布を生成して、前記評価条件を満たす、1つの保 険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を演算する処理と、

算出した1づの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を表示する処理とをコンピュータに実行させることを特徴とする保険料評価プログラム。

【請求項14】

1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクの過去の損失額データに基づいた損失額確率分布と整合性を保った保険料を算出することを特徴とする請求項13に記載の保険料評価プログラム。

【発明の詳細な説明】

[0001]

【発明の属する技術分野】

本発明は、オプション価格用ボルツマンモデル計算エンジン、保険料用ボルツマンモデル 計算エンジン、ディーリングシステム、ディーリングプログラム、保険料評価システム及 び保険料評価プログラムに関する。

[0002]

【従来の技術】

銀行や証券会社などにおけるディーラーやトレーダーの業務をサポートするディーリングシステムにおいて、従来は、株価などの任意の将来時点の確率分布が対数正規分布であることを仮定したブラックーショールズ(F. Black and M. Sholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy, 81 (May-June 1973), pp. 637-59) モデルやそれを拡張し

る I (May - June 1973), pp. 637-59) モデルやそれを拡張したモデルなどの一般的な理論を基に、複数の資産(株式、株価指数、又は通貨)を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプションの理論価格を算出したり、複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションの理論価格を算出すること

30

40

が一般的である。

[0003]

従来の複数の資産(株式や株価指数)を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション及び複数の資産の価格の最大値もしくは最小値を原資産とするオプションの価格評価法について説明する。自由マーケットで取引されるこれらの中でもヨーロピアンオプション(権利行使日が満期のみ)を考えると、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプションにはバスケットオプションがあり、複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションにはレインボーオプションがある。ヨーロピアン型のバスケットオプションとレインボーオプションの価格は、次のようにして評価される。

10

[0004]

バスケットオプションは、オプション満期時Tにおける複数の資産価格のウェイト付き算術平均値Save (T)にペイオフが依存するオプションである。オプション満期時の各資産の価格をSi (T)とし、算術平均をとるときのウェイトをaiとし、N個の資産があるとすると、

【数1】

$$S_{\text{ave}}(T) = \sum_{i=1}^{N} a_i S_i(T) \qquad \cdots (1)$$

20

50

となる。このとき、バスケット・コール・オプションのペイオフは、 【数 2 】

$$\max \left[S_{avc}(T) - K, 0\right] = \max \left[\sum_{i=1}^{N} a_i S_i(T) - K, 0\right] \cdots (2)$$

と表せ、バスケット・プット・オプションのペイオフは、

【数3】

max
$$[K - S_{ave}(T), 0] = \max \left[K - \sum_{i=1}^{N} a_i S_i(T), 0\right] \cdots (3)$$

と表せる。ここで、max [a, b] はaとbの最大値をとる定義関数である。

[0005]

バスケット・コール・オプションの価格 c とバスケット・プット・オプションの価格 p は次の式(4)と式(5)によって与えられる。

[0006]

【数 4】

$$c = \exp(-rT)\hat{E}\left[\max\left[S_{\text{ave}}(T) - K, 0\right]\right] \cdots (4)$$

$$p = \exp(-rT)\hat{E}\left[\max\left[K - S_{\text{avc}}(T), 0\right]\right] \cdots (5)$$

ここで、Eハット […] はリスク中立確率測度による期待値を表し、rは無リスク金利、Tは満期までの期間、Kは行使価格を表す。

[0007]

従来は、このオプションは、モンテカルロ法によって次のようにして価格評価される。まず、各資産の価格に対してブラックーショールズ型の幾何ブラウン運動モデル(原資産価格が価格の対数に関して拡散するモデル)を仮定して、時点 t = 0 から時間間隔 Δ t で満

30

期 $T = M \cdot \Delta t$ までの N 個の資産価格の変動の試行パス【数 5 】

$$(S_{i1}^k,\cdots,S_{ij}^k,\cdots,S_{iM}^k)$$

を発生させる。ここで、

【数 6 】

 S_{ij}^{k}

の下添字のiはi番目の資産、jはΔtで区分した時刻、上添字のkはk回目の試行を表す。

[0008]

この場合、N個の資産の価格は相関を持って変動するので、1回の試行でN個の資産の価格変動の試行パスを1セットにして発生させることになる。

[0009]

次に、1回の試行ごとにN個の資産価格のウェイト付き算術平均値 【数7】

$$S_{\text{avc},M}^{k} = \sum_{i=1}^{N} a_{i} S_{iM}^{k} \cdots (6)$$

を求めてから、次の式(7)と式(8)を計算することによって求まる。

[0010]

【数8】

$$c = \exp(-rT)\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\max\left[S_{\text{avc},M}^{k} - K, 0\right] \cdots (7)$$

$$p = \exp(-rT)\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\max\left[K - S_{\text{avc},M}^{k}, 0\right] \cdots (8)$$

ここで、Lは試行回数である。

[0011]

レインボーオプションは、オプション満期時Tにおける複数の資産の中で価格の最大値もしくは最小値にペイオフが依存するオプションである。オプション満期時の各資産の価格をSi(T)とし、N個の資産があるとすると、レインボー・コール・オン・マックス・オプションのペイオフは、

【数9】

$$\max \left[\max \left[S_1(T), \dots, S_N(T)\right] - K, 0\right] \dots (9)$$

と表せ、レインボー・プット・オン・マックス・オプションのペイオフは、 【数 1 0 】

$$\max \left[K - \max \left[S_1(T), \cdots, S_N(T) \right], \quad 0 \right] \quad \cdots (10)$$

と表せ、レインボー・コール・オン・ミニマム・オプションのペイオフは、 【数11】

$$\max \left[\min \left[S_1(T), \dots, S_N(T)\right] - K, 0\right] \cdots (11)$$

と表せ、レインボー・プット・オン・ミニマム・オプションのペイオフは、 【数 1 2 】

$$\max \left[K - \min \left[S_1(T), \dots, S_N(T)\right], 0\right] \cdots (12)$$

と表せる。ここで、max[…]は各資産の最大値をとる定義関数、min[…]は各資産の最小値をとる定義関数である。

[0012]

レインボー・コール・オン・マックス・オプションの価格は、

【数13】

$$c_{\max} = \exp(-rT)\hat{E}\left[\max\left[\max\left[S_1(T), \dots, S_N(T)\right] - K, 0\right]\right] \quad \dots (13)$$

で与えられ、レインボー・プット・オン・マックス・オプションの価格は、 【数14】

$$p_{\max} = \exp(-rT)\hat{E}\left[\max \left[K - \max[S_1(T), \dots, S_N(T)], 0\right]\right] \cdots (14)$$

で与えられ、レインボー・コール・オン・ミニマム・オプションの価格は、 【数15】

$$c_{\min} = \exp(-rT)\hat{E}\left[\max\left[\min\left[S_1(T), \dots, S_N(T)\right] - K, 0\right]\right] \cdots (15)$$

で与えられ、レインボー・プット・オン・ミニマム・オプションのペイオフは、 【数 1 6 】

$$p_{\min} = \exp(-rT)\hat{E}\left[\max \left[K - \min[S_1(T), \dots, S_N(T)], 0\right]\right] \cdots (16)$$

で与えられる。ここで、Eハット […] はリスク中立確率測度による期待値を表し、rは無リスク金利、Tは満期までの期間、Kは行使価格を表す。

[0013]

従来は、このオプションは、モンテカルロ法によって次のようにして価格評価される。まず、各資産の価格に対してブラックーショールズ型の幾何ブラウン運動モデル(資産価格が価格の対数に関して拡散するモデル)を仮定して、時点 t=0 から時間間隔 Δ t で満期 $T=M\cdot\Delta$ t までのN個の資産価格の変動の試行パス

【数17】

$$(S_{i1}^k, \cdots, S_{ij}^k, \cdots, S_{iM}^k)$$

を発生させる。ここで、

【数18】

 S_{ii}^{k}

の添字のiはi番目の資産、jは Δ tで区分した時刻、kはk回目の試行を表す。この場合、N個の資産の価格は相関を持って変動するので、1回の試行でN個の資産の価格変動の試行パスを1セットにして発生させることになる。

[0014]

次に、1回の試行ごとにN個の資産価格に対して、次の式(17)~(20)を計算することによって求まる。

[0015]

【数19】

$$c_{\text{max}} = \exp(-rT)\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\max\left[\max\left[S_{1M}^{k}(T), \dots, S_{NM}^{k}(T)\right] - K, 0\right] \cdots (17)$$

$$p_{\max} = \exp(-rT) \frac{1}{L} \sum_{k=1}^{L} \max \left[K - \max \left[S_{1M}^{k}(T), \dots, S_{NM}^{k}(T) \right], 0 \right] \dots (18)$$

$$c_{\min} = \exp(-rT) \frac{1}{L} \sum_{k=1}^{L} \max \left[\min \left[S_{1M}^{k}(T), \dots, S_{NM}^{k}(T) \right] - K, 0 \right] \dots (19)$$

$$p_{\min} = \exp(-rT)\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{1}\max \left[K - \min[S_1(T), \dots, S_N(T)], 0\right] \dots (20)$$

ここで、Lは試行回数である。

[0016]

次に、従来の金融工学のN個の資産の価格変動の試行パスの発生法について説明する。従来の金融工学では、N個の資産の価格 S_1 (i=1, 2, …, N)がそれぞれ相関を持って次の式(21)の伊藤過程に従って幾何プラウン運動することを仮定する。

[0017]

【数20】

$$\begin{cases}
dS_1/S_1 = \psi_1 dt + \sqrt{dt} \xi_1(V) \\
dS_2/S_2 = \psi_2 dt + \sqrt{dt} \xi_2(V) \\
\dots \\
dS_i/S_i = \psi_i dt + \sqrt{dt} \xi_i(V) \\
\dots \\
dS_N/S_N = \psi_N dt + \sqrt{dt} \xi_N(V)
\end{cases}$$
30

ここで、 ϕ_i は期待成長率、t は時間、 ξ_i (V)は期待値が0で共分散行列Vに基づく多次元正規乱数である。これらの乱数は、相関を考慮しているので、たとえば、全て正の相関があれば、1つの乱数が正となれば全て正の乱数が出やすくなる。また、1つの乱数が大きければ、全ての乱数も相関係数の大きさに応じて大きな乱数が出やすくなっている。

[0018]

リスク中立とすると、N個の資産の価格 S_i (i=1, 2, …, N) は次の式(22) に従って幾何ブラウン運動する。

[0019]

【数21】

20

$$\begin{cases} dS_1/S_1 = rdt + \sqrt{dt}\xi_1(V) \\ dS_2/S_2 = rdt + \sqrt{dt}\xi_2(V) \\ \dots \\ dS_i/S_i = rdt + \sqrt{dt}\xi_i(V) \\ \dots \\ dS_N/S_N = rdt + \sqrt{dt}\xi_N(V) \end{cases}$$
(22)

ここで、rは無リスク金利である。

[0020]

N個の資産の価格変動の試行パスは、共分散行列 V に基づく相関のある多次元正規乱数を発生させれば、式(22)によって発生できる。

[0021]

次に、多次元正規乱数の発生法について詳しく説明する。N次元の正規分布を行列とベクトルで表してみると、式(23)のようになる。

[0022]

【数22】

$$f(x;\mu,V) = \frac{1}{(2\pi \det(V))^{N/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x-\mu)^T V^{-1}(x-\mu)\right] \cdots (23)$$

ここで、 μ は期待値で、Vは共分散行列、分母の det(V)は共分散行列Vの行列式である。

[0023]

式(23)を整理して、期待値との偏差のみを確率変数とする。すなわち、

【数23】

$$X = x - \mu \quad \cdots (24)$$

とおく。すると、式(23)は

【数24】

$$f(X) = \frac{1}{(2\pi \det(V))^{N/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}X^TV^{-1}X\right] \cdots (25)$$

となる。共分散行列Vの成分は、

【数25】

$$v_{ij} = \langle x_i x_j \rangle \cdots (26)$$

となり、その性格は固有値が全て正の実対称行列でなければならない。また、統計的平均 の性格から、

【数26】

$$-1 < v_{ij} / \sqrt{v_{ii}v_{jj}} < 1 \quad \cdots (27)$$

となる。共分散行列 V は、標準偏差(ボラティリティ) σ_{\perp} と相関係数 ρ_{\perp} で次のように表される。

[0024]

【数27】

$$V = \Sigma X \Sigma \cdots (28)$$

ここで、(28)式の行列 Σ はボラティリティ行列であり、(28)式の行列Xは相関係数行列であり、次の(29)式と(30)式で表わされる。

[0025]

【数28】

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_N \end{pmatrix} \cdots (29)$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \cdots (30)$$

共分散行列Vは固有値が正の実対称行列であるから、

【数29】

$$V = Q^T \Lambda Q \cdots (31)$$

の関係がある。ここで、Qは直交行列で、

【数30】

$$I = Q^T Q = Q Q^T \quad \cdots (32)$$

となる。 Λ は、固有値が対角成分に並び、非対角成分が全て 0 となる対角行列である。固有値が全て正であることから、 Λ は、

【数31】

$$\Lambda = (\Lambda^{1/2})\Lambda^{1/2} \cdots (33)$$

と表すことができる。このことから、共分散行列 V は、その平方根行列 $V^{1/2}$ を、【数 3 2】

$$V^{1/2} = \Lambda^{1/2}Q \quad \cdots (34)$$

で定義できることがわかる。

[0026]

共分散行列Vの逆行列は、

【数33】

$$V^{-1} = (\Lambda^{-1/2}Q)^T (\Lambda^{-1/2}Q) \cdots (35)$$

となり、Vの逆行列の平方根行列も、

【数34】

$$V^{-1/2} = \Lambda^{-1/2}Q \cdots (36)$$

となる。従って、式(25)は、

【数35】

$$f(X) = \frac{1}{(2\pi \det(V))^{N/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(V^{-1/2}X)^T(V^{-1/2}X)\right] \cdots (37)$$

10

となる。ここで、

【数36】

$$Y = V^{-1/2}X \cdots (38)$$

とおくと、

【数37】

$$f(Y) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}Y^{T}Y\right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}y_{1}^{2}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}y_{2}^{2}\right] \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}y_{N}^{2}\right] \cdots (39)$$

となり、単なる標準正規分布の積となる。従って、N個の標準正規乱数からなるベクトル Yを作成すれば、共分散行列Vで相関が定義された多次元正規乱数Xは、

【数38】

$$X = (V^{1/2})^T Y \cdots (40)$$

で作成できる。これが相関のある乱数の生成法である。

30

[0027]

式(40)の関係は、正規分布のみに当てはまるわけではない。指定した確率密度に従う乱数をN個作成すると共分散行列 V が与えられていれば、式(40)に従って相関のある乱数を作成できる。この式(40)の演算法は幾つかある。現在、金融工学で一般的に用いられている方法は、コレスキー法による三角行列分解である。固有値が全て正で対称な正方実行列 V は、

【数39】

$$V = LL^T \cdots (41)$$

40

として、下三角行列 L とその転置 L^{T} との積で表すことができる。これは、式(40)の記法に従えば、

【数40】

$$V^{1/2} = L^T \quad \cdots (42)$$

となる。従って、N個の独立な乱数から構成されるベクトルYについて、

【数41】

20

30

50

$$X = (V^{1/2})^T Y$$
$$= LY \cdots (43)$$

で生成されたベクトルXの成分は、共分散行列Vによる相関のついた乱数となっている。 下三角行列 L を最も効率良く作成する方法がコレスキー法である。コレスキー法では、式 (44)によって、下三角行列 L の各成分を順次計算することができる。

[0028]

【数42】

$$l_{11} = \sqrt{v_{11}}$$

$$l_{i1} = v_{i1}/l_{11} \quad (i = 2, 3, \dots, N)$$

$$l_{jj} = \sqrt{v_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} (l_{jk})^2} \quad \dots (44)$$

$$l_{ij} = \frac{v_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} l_{jk}}{l_{jj}} \quad (j = 1, 2, \dots i)$$

従来は、以上のようにして、相関を考慮した次の多次元正規乱数列 X を発生させ、式 (22)によって N 個の資産の価格変動の試行パスを発生させる。

[0029]

【数43】

$$X = (\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_N)^T$$

そして、それを用いて、式(7)と式(8)、式(17)~(20)を計算して、ヨーロピアン型のバスケットオプションとレインボーオプションの価格を評価している。

[0030]

上記のブラックーショールズ型の幾何ブラウン運動モデルに基づいたバスケットオプションとレインボーオプションの価格評価は、標準偏差(ボラティリティ)行列 Σ と相関係数行列Xが時間 t と各資産の価格 S_1 に関して一定であるという仮定に基づいている。従って、上記のバスケットオプションとレインボーオプションの価格評価は、マーケットが時間と価格に関わらず一定の挙動を示すという静的なマーケットを仮定している。

[0031]

しかし、現実のマーケットは時間と価格で変わると認識されている。図1に、幾何ブラウン運動モデルが予測する1つの資産の場合の価格変動率C1と典型的な1つの株価の終値の変動率(日次収益率)C2を示してある。これらは、ボラティリティは等しいが、価格変動の様相は大きく異なる。幾何ブラウン運動モデルC1では大きな価格変動はほとんど見られないのに対して、現実の価格は曲線C2のように大きく変動する。従って、1つの株価を原資産とするプレーンバニラオプション(バスケットオプションとレインボーオプションの原資産を複数の資産に関するものから1つの資産に関するものに変えればプレーンバニラオプションになる)を幾何ブラウン運動モデルで評価することは難しいのが現状である。

[0032]

株価指数、たとえば日経225のように多数銘柄の修正株価平均は、個々の銘柄の株価の動きよりも緩やかである。しかし、225銘柄の平均をとっても、図2に示すように、日次収益率C3の変動は幾何ブラウン運動モデル(図1の曲線C1)とは異なることが分かる。これを図1の個別銘柄の日次収益率C2と比較すると、変動の大きさが小さい点を除

けば、個別銘柄と本質的に変わらない。従って、1つの株価指数を原資産とするプレーンバニラオプションを幾何ブラウン運動モデルで評価することは難しいのが現状である。

[0033]

1つの資産を原資産とするプレーンバニラオプションだけでなく、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプションであるバスケットオプション、及び複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションであるレインボーオプションにおいても、幾何ブラウン運動モデルで評価することが難しいのが現状である。

[0034]

バスケットオプションとレインボーオプションの価格評価のもう1つのアプローチとしては次のようなものもある。上記の現実のマーケットは時間と価格で変わり幾何ブラウン運動モデルで評価することが難しくなるメカニズムについては未解明であるが、多くの実証研究によると、現実の価格変動の確率が幾何ブラウン運動モデルで仮定している正規分布よりも価格変動の小さい部分で尖っていて(Leptokurcity)、価格変動の大きい部分で裾広がり(Fat-Tail)となっている点が主要因と考えられている。

[0.035]

図3に1つの資産の場合のその一例を示してある。図3において、実際の日次収益率を示す□マーク21は、正規分布C4よりも中心で尖り、裾が広がっている。このような日次収益率分布に従うと、価格分布は、幾何ブラウン運動モデルで用いている対数正規分布と比較して相対価格が1近辺での確率密度の広がり(ボラティリティ)は小さく、相対価格が1よりもかなり小さい領域と1よりもかなり大きい領域での確率密度のボラティリティは対数正規分布よりも大きくなる。

[0036]

この価格変動分布のFat-Tailは図1と図2に示される現実の価格変動C2、C3でときどき生じる大きな価格変動に相当する。これらを考慮したモデルとして、Fat-Tailを正規分布と全く異なる確率過程で独立に生じさせるジャンプモデルと、正規分布の標準偏差(ボラティリティ)が時間的に揺らぐ確率ボラティリティモデルの2つが上げられる。現在の金融工学の基本である原資産価格の挙動からオプション価格が決定される立場に立てば、これらを用いてバスケットオプションとレインボーオプションの価格評価を行うことも考えられる。しかし、ジャンプモデルは不連続な価格変化を仮定し、確率ボラティリティモデルは本質的に非線型問題となる。そのためにリスク中立確率測度が一意に求まらない。その結果、式(4)と式(5)、式(13)~(16)のオプション価格評価式がこれらのモデルに適用できない困難があって、現状では取引者には余り用いられない。

[0037]

一方、保険会社や再保険会社における保険料評価システムにおいては、従来は、ある単位時間の保険金額(損失額)の確率分布が対数正規分布もしくはパレート分布等であることを仮定して、保険料算定原理に従って、1つの保険リスクの保険料もしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を算出することが一般的である。

[0038]

従来の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料の評価方法 について説明する。保険料計算原理は、ある単位時間の保険金総額(損失額)を表す確率 変数 S から単位時間の保険料 c という実数への汎関数 H として定義され、

【数44】

 $c = H(S) \cdots (H1)$

となる。汎関数Hにはいくつかの種類が提案されている。

[0039]

もっとも単純なものは、

【数 4 5 】

50

20

 $c = E [S] \cdots (H2)$

とする純保険料原理である。ここで、 E […] は期待値をとることを表す。

[0040]

ただし、この原理では保険会社はいつか必ず破産してしまうので、保険事業そのものが成立しないことが知られている。そこで、純保険料をベースにして、それに何らかの付加保険料を導入する原理が存在する。例えば、バリュー・アット・リスク(VaR)と同様にパーセンタイル値に着目した分位原理では、

(13)

【数 4 6 】

10

$$c = F^{\leftarrow}(1-\delta) \cdots (H3)$$

とする。ここで、Sは分布Fに従うとし、

【数 4 7 】

 $0 \le \delta \le 1$, $F^+(y) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F(x) \ge y\}$ (分位関数)

である。 inf $\{x \in R : A\}$ は事象 A が成立する条件のもとでの x の下限であり、 inf $\{x \in R : F(x) \ge y\}$ は分布 F の 1 0 0 y % 分位点を表す。もし $\delta = 0$. 0 5 20 とおけば、保険料は上位 5 % の損失額に等しくなる。

[0041]

従来、保険金額分布Fとしては、対数正規分布もしくはパレート分布が用いられてきた。しかし、現実の保険金額(損失額)の確率密度分布は、対数正規分布に比べて、保険金額の平均値の近傍で尖っていて(Leptokurcity)、保険金額が大きい領域で裾広がり(Fat-Tail)となることが知られている。従って、保険金額の確率分布に対数正規分布を用いて、分位原理に従って、上位の損失額のパーセンタイとになる。一方、保険金額の経事分布にパレート分布を用いても次のような困難が生じる。パレート分布はある保険金額以上で定義され、パラメータが1つであり、確率密度が保険金額の増加と共に単調減少するため、現実の保険金額分布のように保険金額が大きく極大値が存在する分布を再現することにでの損失額のパーセンタイル値(例えば上位1%の損失額)を保険料とすると、保険料を過いに算定してしまうことになる。

[0042]

【発明が解決しようとする課題】

上述の従来の複数の資産(株式や株価指数)を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション及び複数の資産の価格の最大値もしくは最小値を原資産とするオプションの価格評価手法は、よく用いられるものであるが、価格評価の精度に限界があり、十分信頼するに足る評価を行うことができなかった。これは、上述の従来のオプションの価格評価手法では、現実の価格変動の確率が従来の幾何ブラウン運動モデルで仮定している正規分布よりも価格変動の小さい部分で尖っていて(Leptokurcity)、価格変動の大きい部分で裾広がり(Fat-Tail)となっているために、特に大きな価格変動が生じる確率が過小評価されていたためである。このような大きな価格変動は、その発生確率が低いとはいえ、投資リスクに対して通常の価格変動と比較できないほどの大きな影響を与えるので、実用上この大きな価格変動の確率を正しく評価できなければ、信頼できるオプションの価格評価手法とは言えないのである。

[0043]

そのため従来から、正規分布より精度の高い確率密度関数を導入し、利用できるマーケッ 5

40

トでの取引実績データがほとんどない複数の資産(株式や株価指数)を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション及び複数の資産の価格の最大値もしくは最小値を原資産とするオプションの価格を、価格提示の根拠を明確にして、正しく評価できるシステムの出現が望まれていた。

[0044]

また、上述の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料評価手法は、よく用いられるものであるが、保険料評価の精度に限界があり、十分信頼するに足る評価を行うことができなかった。これは、上述の従来の保険リスクの保険料評価手法では、現実の保険金額(損失額)の確率密度分布が従来仮定されてきた対数正規分布よりも保険金額の平均値の近傍で尖っていて(Leptokurcity)、保険金額が大きい領域と小さい領域で裾広がり(Fat-Tail)となっているために、特に大きな保険金額が生じる確率が過小評価されていたためである。

[0045]

また、従来仮定されてきたパレート分布が現実の保険金額の確率密度分布のように保険金額が大きい領域と小さい領域よりも中間領域の確率密度が大きく極大値が存在する分布を再現することはできないために、特に大きな保険金額が生じる確率が過小もしくは過大に評価されていたためである。このような大きな保険金額が生じる確率は、その発生確率が低いとはいえ、保険リスクの保険料評価に対して大きな影響を与えるので、実用上この保険金額が生じる確率を正しく評価できなければ、信頼できる保険料評価手法とは言えないのである。

[0046]

そのため従来から、広く用いられてきた対数正規分布やパレート分布より精度の高い確率 密度関数を導入し、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険 料を正しく評価できるシステムの出現が望まれていた。

[0047]

本発明は、上記従来の技術的課題を解決するためになされたものであり、利用できるマーケットでの取引実績データがほとんどない複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション及び複数の資産の価格の最大値もしくは最小値を原資産とするオプションにおいて、従来の一般的な理論をもとにした限界のある手法に代えて、原子炉理論を金融分野に応用した計算エンジン(ボルツマン計算エンジン)を備え、ディーラーやトレーダーにとって、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション及び複数の資産の価格の最大値もしくは最小値を原資産とするオプションの有意な理論価格を提供することができるディーリングシステム及びディーリングプログラムを提供することを目的とする。

[0048]

また本発明は、1つの保険リスクもじくは複数の保険リスクのポートフォリオにおいて、 従来の一般的な理論をもとにした限界のある手法に代えて、原子炉理論を保険分野に応用 した計算エンジン(ボルツマン計算エンジン)を備え、保険会社や再保険会社にとって、 1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの有意な理論保険料を提供 することができる保険料評価システム及び保険料評価プログラムを提供することを目的と する。

[0049]

【課題を解決するための手段】

請求項1の発明のオプション価格用ボルツマンモデル計算エンジンは、必要なパラメータ を設定するパラメータ設定部と、評価条件を設定する評価条件設定部と、モンテカルロ法 によってボルツマンモデルを解き、複数の資産の価格変動パスを発生させて、複数の資産 価格に依存する、前記評価条件を満たすオプションの価格を算出するボルツマンモデル計 算部とを備えたものである。

[0050]

請求項1の発明のオプション価格用ボルツマン計算エンジンでは、金融工学のボルツマン 50

モデルを複数の資産価格に依存するオプションの価格評価に用いて、線形ボルツマン方程式で価格変動分布のLeptokurcityとFat-tailの特徴を表現することにより、リスク中立でかつ一意的な確率測度を定義する。この結果、価格変動分布のLeptokurcityとFat-tailを考慮したリスク中立で一意なオプション価格の算定が可能である。

[0051]

請求項2の発明の保険料用ボルツマンモデル計算エンジンは、必要なパラメータを設定するパラメータ設定部と、評価条件を設定する評価条件設定部と、モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額確率分布を生成して、前記評価条件を満たす、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を演算するボルツマンモデル計算部とを備えたものである。

[0052]

請求項2の発明の保険料用ボルツマンモデル計算エンジンでは、金融工学のボルツマンモデルを1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料評価に用いて、線形ボルツマン方程式で保険金額(損失額)の確率分布のLeptokurcityとFat-tailを考慮した保険料を算定することができる。そのため、保険料の算定の精度の向上が図れる。

[0053]

請求項3の発明は、オプション価格用ボルツマン計算エンジンと、当該オプション価格用ボルツマン計算エンジンの計算結果を表示するディーリング端末とを備えて成るディーリングシステムであって、前記オプション価格用ボルツマン計算エンジンは、必要なパラメータを設定するパラメータ設定部と、評価条件を設定する評価条件設定部と、モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、複数の資産の価格変動パスを発生させて、複数の資産価格に依存する、前記評価条件を満たすオプションの価格を算出するボルツマンモデル計算部とを備え、前記ディーリング端末は、前記オプション価格用ボルツマンモデル計算エンジンが算出する複数の資産価格に依存するオプションの価格を表示することを特徴とするものである。

[0054]

請求項3の発明のディーリングシステムでは、金融工学のボルツマンモデルを複数の資産 価格に依存するオプションの価格評価に用いて、線形ボルツマン方程式で価格変動分布の LeptokurcityとFatーtailの特徴を表現することにより、リスク中立でかつ一意的な確率測度を定義する。この結果、価格変動分布のLeptokurcityとFatーtailを考慮したリスク中立で一意なオプション価格評価を可能とする。 利用できるマーケットでの取引実績データがほとんどない複数の資産価格に依存するオプションにおいて、各資産のボルツマンモデルのパラメータを決定し、各資産の日次収益率との一致性を確認することにより、価格提示の根拠を明確にしてオプション価格評価できる。

[0055]

請求項4の発明は、請求項3のディーリングシステムにおいて、前記ボルツマンモデル計算エンジンは、マーケットデータに基づいた複数の資産のヒストリカルな情報と整合性を保った複数の資産価格に依存するオプションの価格を算出する機能を備えたことを特徴とするものである。

[0056]

請求項5の発明は、請求項3又は4のディーリングシステムにおいて、前記複数の資産価格に依存するオプションは、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプションであることを特徴とするものであり、利用できるマーケットでの取引実績データがほとんどない複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプションにおいて、各資産のボルツマンモデルのパラメータを決定し、各資産の日次収益率との一致性

20

10

30

50

を確認することにより、価格提示の根拠を明確にしてオプション価格評価できる。

[0057]

請求項6の発明は、請求項3又は4のディーリングシステムにおいて、前記複数の資産価格に依存するオプションは、複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションであることを特徴とするものであり、利用できるマーケットでの取引実績データがほとんどない複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションにおいて、各資産のボルツマンモデルのパラメータを決定し、各資産の日次収益率との一致性を確認することにより、価格提示の根拠を明確にしてオプション価格評価できる。

[0058]

請求項7の発明のディーリングプログラムは、必要なパラメータを設定する処理と、評価条件を設定する処理と、モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、複数の資産の価格変動パスを発生させて、複数の資産価格に依存する、前記評価条件を満たすオプションの価格を算出する処理と、算出した複数の資産価格に依存するオプションの価格を表示する処理とをコンピュータに実行させることを特徴とするものである。

[0059]

請求項7の発明のディーリングプログラムでは、モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、複数の資産の価格変動パスを発生させて、複数の資産価格に依存するオプションの価格を演算させて、算出した複数の資産価格に依存するオプションの価格を表示させることにより、請求項3の発明のディーリングシステムを構築できる。

[0060]

請求項8の発明は、請求項7のディーリングプログラムにおいて、マーケットデータに基づいた複数の資産のヒストリカルな情報と整合性を保った複数の資産価格に依存するオプションの価格を算出することを特徴とするものであり、このディーリングプログラムをコンピュータに組み込むことにより、請求項4の発明のディーリングシステムを構築できる

[0061]

請求項9の発明は、請求項7又は8のディーリングプログラムにおいて、前記複数の資産価格に依存するオプションは、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプションであることを特徴とするものであり、このディーリングプログラムをコンピュータに組み込むことにより、請求項5の発明のディーリングシステムを構築できる。

[0062]

請求項10の発明は、請求項7又は8のディーリングプログラムにおいて、前記複数の資産価格に依存するオプションは、複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションであることを特徴とするものであり、このディーリングプログラムをコンピュータに組み込むことにより、請求項6の発明のディーリングシステムを構築できる。

[0063]

請求項11の発明は、保険料用ボルツマンモデル計算エンジンと、前記保険料用ボルツマンモデル計算エンジンが演算した1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を表示する保険料評価用端末とを備えて成る保険料評価システムであって、前記保険料用ボルツマンモデル計算エンジンは、必要なパラメータを設定するパラメータ設定部と、評価条件を設定する評価条件設定部と、モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額確率分布を生成して、前記評価条件を満たす、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を演算するボルツマンモデル計算部とを備えたことを特徴とするものである。

[0064]

請求項12の発明は、請求項11の保険料評価システムにおいて、前記保険料用ボルツマンモデル計算エンジンは、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクの過去の損失額デ

10

20

30

40

ータに基づいた損失額確率分布と整合性を保った保険料を算出する機能を備えたことを特 徴とするものである。

[0065]

請求項11及び12の発明の保険料評価システムでは、金融工学のボルツマンモデルを1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料評価に用いて、線形ボルツマン方程式で保険金額(損失額)の確率分布のLeptokurcityとFatーtailの特徴を表現する。この結果、保険金額(損失額)の確率分布のLeptokurcityとFatーtailを考慮した保険料評価を可能とする。そのため、保険料の算定の精度の向上が図れる。

[0066]

請求項13の発明の保険料評価プログラムは、必要なパラメータを設定する処理と、評価条件を設定する処理と、モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額確率分布を生成して、前記評価条件を満たす、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を演算する処理と、算出した1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を表示する処理とをコンピュータに実行させることを特徴とするものである。

[0067]

請求項13の発明の保険料評価プログラムでは、モンテカルロ法によってボルツマンモデルを解き、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額確率分布を生成して、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険算させて、算出した1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を表示させることにより、請求項11の発明の保険料評価システムを構築できる。

[0068]

請求項14の発明は、請求項13の保険料評価プログラムにおいて、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクの過去の損失額データに基づいた損失額確率分布と整合性を保った保険料を算出することを特徴とするものであり、このディーリングプログラムをコンピュータに組み込むことにより、請求項12の発明の保険料評価システムを構築できる。

[0069]

【発明の実施の形態】

以下、本発明の実施の形態を詳しく説明する。まず、複数の資産(株式や株価指数)を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション、及び複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションのボルツマンモデルを用いた価格評価方法の実際について説明する。自由マーケットで取引されるこれらの中でもヨーロピアンオプション(権利行使日が満期のみ)を考えると、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプションにはバスケットオプションがあり、複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションにはレインボーオプションがある。ヨーロピアン型のバスケットオプションとレインボーオプションの価格は、ボルツマンモデルを用いることによって、次のように評価できる。

[0070]

バスケットオプションは、ボルツマンモデルの基本解法であるモンテカルロ法によって次 4(のようにして価格評価できる。まず、ボルツマンモデルに従う時点 t=0 から時間間隔 Δ t で満期 T=M・ Δ t までの N 個の資産価格の変動の試行パス

【数48】

$$(S_{i1}^k,\cdots,S_{ii}^k,\cdots,S_{iM}^k)$$

を発生させる。ここで、

【数49】

10

 S_{ii}^{k}

の添字のiはi番目の資産、jは Δ tで区分した時刻、kはk回目の試行を表す。この場合、N個の資産の価格は相関を持って変動するので、1回の試行でN個の資産の価格変動の試行パスを1セットにして発生させることになる。

[0071]

次に、1回の試行ごとにN個の資産価格のウェイト付き算術平均値を式(6)によって求めてから、式(7)と式(8)を計算することによって求まる。

[0072]

レインボーオプションは、ボルツマンモデルの基本解法であるモンテカルロ法によって次のようにして価格評価できる。まず、ボルツマンモデルに従う時点 t=0 から時間間隔 Δ t で満期 T=M・ Δ t までの N 個の資産価格の変動の試行パス

【数50】

$$(S_{i1}^k,\cdots,S_{ii}^k,\cdots,S_{iM}^k)$$

を発生させる。ここで、

【数51】

$$S_{ij}^k$$

20

10

の添字のiはi番目の資産、jは Δ tで区分した時刻、kはk回目の試行を表す。この場合、N個の資産の価格は相関を持って変動するので、1回の試行でN個の資産の価格変動の試行パスを1セットにして発生させることになる。

[0073]

次に、1回の試行ごとにN個の資産価格に対して、式(17)~(20)を計算することによって求まる。

[0074]

ボルツマンモデルに従うN個の資産の価格変動の試行パスの発生法は、従来の各資産の価格に対してブラックーショールズ型の幾何ブラウン運動モデル(資産価格が価格の対数に関して拡散するモデル)とは異なる。その詳細について説明する。ボルツマンモデルでは、完備市場で無裁定条件のもとで、各資産価格S₁ のリスク中立確率測度 P₁ (S₁, t)は、式(45)のように金融ボルツマン方程式をN個連立させて、各式の散乱カーネル

【数52】

$$\Lambda_{S_i}(S_i, \nu_i', \mu_i' \to \nu_i, \mu_i)$$

の間に相関を考慮することによって得られる。

[0075]

【数53】

$$\begin{cases} \frac{\partial P_{1}(S_{1},t)}{\partial t} + rS_{1} \frac{\partial P_{1}(S_{1},t)}{\partial S_{1}} \\ + \int dv_{1} d\mu_{1} \left[S_{1}v_{1}\mu_{1} \frac{\partial p_{1}(S_{1},v_{1},\mu_{1};t)}{\partial S_{1}} + \Lambda_{T,1}(S_{1},v_{1})p_{1}(S_{1},v_{1},\mu_{1};t) \right. \\ \left. - \int dv_{1}' d\mu_{1}' S_{1}p_{1}(S_{1},v_{1}',\mu_{1}';t)\Lambda_{S,1}(S_{1},v_{1}',\mu_{1}' \to v_{1},\mu_{1}) \right] \\ = \delta(S_{1} - S_{1}(0))\delta(t) \end{cases}$$

$$\frac{\partial P_{i}(S_{i},t)}{\partial t} + rS_{i} \frac{\partial P_{i}(S_{i},t)}{\partial S_{i}} + \int dv_{i}d\mu_{i} \left[S_{i}v_{i}\mu_{i} \frac{\partial p_{i}(S_{i},v_{i},\mu_{i};t)}{\partial S_{i}} + \Lambda_{T,i}(S_{i},v_{i})p_{i}(S_{i},v_{i},\mu_{i};t) \right] \cdots (45)$$

$$-\int dv'_{i}d\mu'_{i} S_{i}p_{i}(S_{i},v'_{i},\mu'_{i};t)\Lambda_{S,i}(S_{i},v'_{i},\mu'_{i} \to v_{i},\mu_{i}) = \delta(S_{i} - S_{i}(0))\delta(t)$$

$$\frac{\partial P_{N}(S_{N},t)}{\partial t} + rS_{N} \frac{\partial P_{N}(S_{N},t)}{\partial S_{N}} + \int dv_{N} d\mu_{N} \left[S_{N}v_{N}\mu_{N} \frac{\partial p_{N}(S_{N},v_{N},\mu_{N};t)}{\partial S_{N}} + \Lambda_{T,N}(S_{N},v_{N})p_{N}(S_{N},v_{N},\mu_{N};t) - \int dv'_{N} d\mu'_{N} S_{N}p_{N}(S_{N},v'_{N},\mu'_{N};t)\Lambda_{S,N}(S_{N},v'_{N},\mu'_{N} \to v_{N},\mu_{N}) \right]$$

$$S(S_{N} = S_{N}(0))S(t)$$

 $=\delta(S_N-S_N(0))\delta(t)$

ここで、 【数54】

$$P_i(S_i,t) = \int dv_i d\mu_i \quad p_i(S_i,v_i,\mu_i;t) \quad \cdots (46)$$

40

50

であり、tは時間、rは無リスク金利、viはi番目の資産の日次収益率、μiはi番目 の資産の価格変動の方向、 S_i (0)はt=0のときのi番目の資産価格である。また 、 A_T (S, , v,)はi番目の資産の単位時間当たりの価格変動の確率を意 味する衝突頻度である。さらに、

【数55】

$$\Lambda_{s,i}(S_i,\nu_i',\mu_i'\to\nu_i,\mu_i)$$

はi番目の資産の散乱カーネルであり、この項によって価格に関する市場の記憶効果が取 り入れられ、過去の情報の影響が考慮される。

[0076]

【数56】

$$\Lambda_{S,i}(S_i,\nu_i',\mu_i' \to \nu_i,\mu_i)$$

は、原論文「Yuji Uenohara and Ritsuo Yoshioka, "Boltzmann Model in Financial Technology" Proc. of 5th International Conference of JAFEE, August 28, 1999, Japan, pp. 18-37」のように、

10

20

【数57】

日次収益率分布 $\Im_i(v_i' \rightarrow v_i)$

と、

【数58】

価格変動方向分布 $\wp_i(\mu_i' \rightarrow \mu_i)$

との積、

【数59】

$$\Lambda_{S,i}(S_i, \nu_i', \mu_i' \to \nu_i, \mu_i) = \Im_i(\nu_i' \to \nu_i) \wp_i(\mu_i' \to \mu_i) \cdots (47)$$

で与えられるとする。ただし、

【数60】

$$\mathfrak{F}_i(v_i' \to v_i)$$

としては、原子核反応で放出される中性子スペクトルを表す蒸発スペクトルと同じ形、 30 【数 6 1】

$$\mathfrak{I}_{i}(v_{i}' \rightarrow v_{i}) = \frac{|v_{i}|}{T_{i}^{2}(v_{i}')} \exp\left[-\frac{|v_{i}|}{T_{i}(v_{i}')}\right] \cdots (48)$$

を仮定する。ここで、 v_i は当日の日次収益率、 v_i 'は前日の日次収益率であり、温度 T_i (v_i)としては次の(49)式の v_i に関する2次式を仮定する。

[0077]

【数62】

$$T_i(v_i) = T_{0i}(1 + c_{0i}|v_i| + g_{0i}v_i^2) \cdots (49)$$

40

ここで、 T_{0} i , c_{0} i , g_{0} i は定数である。

[0078]

【数63】

$$\wp_i(\mu_i' \to \mu_i)$$

は常に0.5と仮定する。

[0079]

【数64】

$$\Lambda_{S,i}(S_i, \nu_i', \mu_i' \rightarrow \nu_i, \mu_i) \quad \Lambda_{T,i}(S_i, \nu_i)$$

間には、

【数65】

$$\Lambda_{T,i}(S_i, \nu_i) = \int d\nu_i' d\mu_i' d\mu_i \Lambda_{S,i}(S_i, \nu_i, \mu_i \rightarrow \nu_i', \mu_i') \quad \cdots (50)$$

10

の関係がある。

[0080]

連立した金融ボルツマン方程式から時点 t=0 から時間間隔 Δ t で満期 T=M・ Δ t までのN個の資産価格の変動の試行パス

【数66】

$$(S_{i1}^k,\cdots,S_{ii}^k,\cdots,S_{iM}^k)$$

を発生させるには、N個の資産の相関を考慮した日次収益率分布に従う日次収益率の乱数 列

20

【数67】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots u_N)^T$$

を発生させる必要がある。以下に、その方法について説明する。

[0081]

ボルツマンモデルでは、日次収益率分布の関数が事前に与えられるわけではない。ボルツマンモデルで用いている散乱カーネルは Γ – 関数であって正規分布ではない。最終的な日次収益率分布 ϕ , (v) は、シミュレーションした後に初めて判る性質のものであり、正規分布にはならない。ボルツマンモデルでは散乱カーネルのパラメータ T , (v) を、

30

【数68】

$$T_i(v_i') = T_{0i}(1 + c_{0i}|v_i'| + g_{0i}v_i'^2) \cdots (51)$$

で与える。

[0082]

 $c_{0i} = 0$, $g_{0i} = 0$ の場合にのみ、日次収益率分布を事前に与えることができ、

【数69】

$$\phi_i(v_i) = \frac{|v_i|}{2T_{0i}^2} \exp\left[-\frac{|v_i|}{T_{0i}}\right] \cdots (52)$$

となるので、まず、この場合について説明する。このときには、 $x_1 = v_1 / T_{0,1}$ の変換を施せば、

【数70】

$$\phi_i(x_i) = \frac{|x_i|}{2} \exp[-|x_i|] \quad \cdots (53)$$

に従う乱数列

【数71】

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \cdots x_N)^T$$

を発生させて、

【数72】

$$\vec{u} = L\vec{x} \cdots (54)$$

の変換を施した乱数列

【数73】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots u_N)^T$$

は共分散行列Vを持つ。

[0083]

この共分散行列 V は、コレスキー分解により下三角行列 L の積で表すことができ、標準偏差(ボラティリティ) σ 、と相関係数 ρ 、」で表されるので、 V を次のように表す。

[0084]

20

10

【数74】

$$V = LL^{T}$$

$$= \sum X \sum^{r} \cdots (55)$$

ここで、

【数75】

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_N \end{pmatrix} \cdots (56)$$

はボラティリティ行列であり、

【数 7 6】

$$X = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \cdots (57)$$
40

は相関係数行列である。

[0085]

通常の金融工学問題では、ボラティリティ行列 Σ と相関係数行列Xが与えられ、これを再現するように乱数を発生させることが求められる。 $c_0=0$, $g_0=0$ のときには、ボラティリティ σ_1 と T_0 の間には、

【数77】

$$\sigma_i = T_{0i} \sqrt{6} \quad \cdots (58)$$

が成立するので、 σ_1 から T_{01} を求めることができる。

[0086]

式 (54) を用いれば、N個の資産の相関を考慮した日次収益率分布に従う日次収益率の 乱数列

【数78】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots u_N)^T$$

10

を発生できる。

[0087]

 $c_{01}=0$, $g_{01}=0$ のときには平均値が0で標準偏差が1の標準正規乱数のような概念を実装に導入しやすいが、 $c_{01}\neq0$, $g_{01}\neq0$ のときには T_{1} が変動するので、標準乱数を前面に押し出したアルゴリズムは実装上問題が多い。従って、以下のように若干修正する。これまでは、共分散行列Vを直接コレスキー分解したが、これからは、相関係数行列Xをコレスキー分解する。すると、

【数79】

$$V = \Sigma X \Sigma$$

$$= \Sigma L L^{T} \Sigma \cdots (59)$$

となるので、相関のある乱数【数80】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots u_N)^T$$

は、

【数81】

30

40

$$\vec{u} = \Sigma L \vec{x} \cdots (60)$$

となる。また、相関の無い標準乱数列【数82】

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \cdots x_N)^T$$

の代わりに、相関は無いが標準偏差が異なる乱数列 【数 8 3 】

 $(v, v, \dots, v)^T = \nabla \vec{v}$

 $\vec{v} = (v_1, v_2, \cdots v_N)^T = \Sigma \vec{x}$

を用いると、

【数84】

$$\vec{u} = \Sigma L \Sigma^{-1} (\Sigma \vec{x})$$
$$= \Sigma L \Sigma^{-1} \vec{v} \cdots (61)$$

となる。この表記は、coi≠0,goi≠0の場合に有効となるので、今後、相関のあ

る乱数発生の記述はこれに従う。

[0088]

 c_{0} , $\neq 0$, g_{0} , $\neq 0$ の場合、まず相関係数行列が単位行列の場合(相関が無い場合)についての乱数生成から説明する。この場合には、単にNの乱数系列を独立に発生させるだけなので、 i 番目の成分について述べるだけで十分である。 i 番目についてボラティリティが σ_{i} になるように、パラメータ T_{0} , c_{0} , g_{0} , が決まっていたものとする。時間ステップj での乱数 v_{i} , が決まっていれば、次ステップj + 1 の乱数 v_{i} , u_{i} は、

【数85】

$$\phi(v_{i,j+1}) = \frac{|v_{i,j+1}|}{2T_{i,j+1}} \exp\left[-\frac{|v_{i,j+1}|}{T_{i,j+1}}\right] \cdots (62)$$

に従う乱数から求められる。ここで、

【数86】

$$T_{i,i+1} = T_{0i} (1 + c_{0i} | v_{i,i} | + g_{0i} v_{i,i}^2) \cdots (63)$$

である。

[0089]

なお、この場合も符号士の発生確率は等しいとする。この手順をi=1, …, Nについて独立に併行すれば、ボラティリティがおのおの σ_1 , …, σ_N の無相関な乱数列 【数 8.7 】

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \cdots v_N)^T$$

が生成される。これを用いて、式(61)と同様に、

【数88】

$$\vec{u} = \Sigma L \Sigma^{-1} \vec{v} \quad \cdots (64)$$

から相関のある

【数89】

乱数列ü

を求めることができる。

[0090]

以上のようにして、N個の資産の相関を考慮した日次収益率分布に従う相関のある収益率 の乱数列

【数90】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots, u_N)^T$$

もしくは無相関の収益率の乱数列

【数 9 1】

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \cdots v_N)^T$$

を時点t=0から満期T=M・Δtまで発生させることができる。

40·

【0091】 この乱数列 【数92】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots, u_N)^T$$

もしくは乱数列

【数93】

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \cdots v_N)^T$$

10

を用いて、さらに発明者らの先願である特開 2001-67409 号公報及び特開 2002-32564 号公報に詳しく説明してあるボルツマンモデルで 1 資産の価格変動の試行パスを発生させる方法を用いれば、時点 t=0 から時間間隔 Δ t で満期 T=M・ Δ t までの N 個の資産価格の変動の試行パス

【数94】

$$(S_{i1}^k,\cdots,S_{ij}^k,\cdots,S_{iM}^k)$$

を発生させることができる。

20

[0092]

ボルツマンモデルで1資産の価格変動の試行パスを発生させる方法については、特開2001-67409号公報及び特開2002-32564号公報に詳述された方法を利用する。

[0093]

これらの複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション、及び複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションの価格評価では、ボルツマンモデルを用いるので、オプション取引のデータがなくてもオプション価格を評価できる。なぜならば、発明者らの先願である特開2001-67409号公報及び特開2002-32564号公報及び原論文「Yuji Uenohara and Ritsuo Yoshioka, "Boltzmann Model in Financial Technology" Proc. of 5th International Conference of JAFEE, August 28, 1999, Japan, pp. 18-37」に詳しく説明してあるように、ボルツマンモデルで評価した日次収益率は原資産の日次収益率と一致させることができるので、オプション取引のデータがなくても原資産の振る舞いからオプション価格を評価できるからである。従

」 a p a n , p p . 1 8 - 3 7 」 に詳しく説明してあるように、ポルツマンモデルで評価した日次収益率は原資産の日次収益率と一致させることができるので、オプション取引のデータがなくても原資産の振る舞いからオプション価格を評価できるからである。従って、現在、利用できる取引データのほとんどない、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション、及び複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションの価格評価にとってボルツマンモデルを用いる手法は最も有効な手法と言える。

40

50

30

[0094]

ボルツマンモデルの特徴として、価格変動の相場依存性の考慮が挙げられる。

[0095]

相場依存性とは、価格の大きな変動がまとまって生じることである。ボルツマンモデルの原論文では、LeptokurcityとFat-Tailを考慮するため、日次収益率分布にマックスウエル分布の変形である、式(48)の蒸発スペクトル式を推奨している

[0096]

ボルツマンモデルでは、原資産の価格変動と前回の変動との間との相関を考慮できる。ボルツマンモデルでは、終値の場合には、前日の日次収益率 v ´と当日の日次収益率 v との

20

30

40

50

間に、温度Tを介在して明確な相場依存性が見られることを主張している。それによれば、温度Tは前日の日次収益率 v′に関して式(49)に示す二次関数的傾向を示している

[0097]

特開2002-32564号公報に詳しい説明があるが、式(49)を用いたボルツマンモデルによる価格評価シミュレーションの過程でボルツマンモデルが評価した日次収益率は日経平均株価の日次収益率をほぼ再現できることが分かっている。

[0098]

ここまでで、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション、及び複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションの価格評価の方法の実際を説明した。次に、図4及び図5において、第1の実施の形態であるボルツマンモデルに基づき、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプションであるバスケットオプションの価格評価を行うディーリングシステムを説明する。

[0099]

図4及び図5は、本実施の形態のディーリングシステム100の構成を示している。このシステム100は、外部マーケットデータベース101と通信してマーケットデータを取込み、図4の構成を備え、ボルツマンモデルによりバスケットオプション価格評価を実施するボルツマンモデル計算エンジン(BMM)103とこのBMM103の出力するバスケットオプション価格を表示し、プリントアウトし、またデータ入力を行うためのグラフィカルユーザーインターフェース(GUI)としてのディーリング端末105から構成される。

[0100]

そして、ボルツマンモデル計算エンジン(BMM)103は、図5の示す構成であり、価格・変動率・変動方向・相関係数行列の初期値入力部3、評価条件入力部4、バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5、入出力装置としてのGUI105(図4と共通)、全断面積・確率過程入力部6、速度分布・方向分布入力部7、乱数発生部8を備え、必要なマーケットデータを取込むためのマーケットデータベース101と接続されている。

[0101]

そして、バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5はさらに、初期化部11、初期値設定部12、サンプリング部13、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーション部14、一試行終了判定部15、複数資産のポートフォリオ価格算出部16、オプション価格演算部17、全試行終了判定部18、オプション価格換算部19を有している。 【0102】

なお、本システムは物理的な意味で1つのコンピュータに含まれることを意味するものではない。例えば、本システム100としてクライアントサーバーシステムのように分散処理するシステムを採用することができる。また、各要素はその名称の示す処理を実行するプログラムそれぞれに対応しており、本システム中に物理的にこれらの要素が組み込まれるものではない。従って、基本的には、通信機能を備えた1台のコンピュータにこれらの処理機能を実行するディーリングプログラムを組み込むことによって実現することができるものである。

[0103]

初期値入力部3は、評価対象の複数の資産に関する式の T_{0} , c_{0} , g_{0} , Q_{0} 及び相関係数行列をバスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5に入力する。このパラメータは実績データから得られる。好ましくは、初期値入力部3は、評価対象の複数の資産に関する情報をマーケットデータベース101から検索し、検索した該当する複数の資産の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を取得してバスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5に出力する。

[0104]

評価条件入力部4は、バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5の評価条件を

入力する要素である。バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5の評価条件とは、バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5による試行回数、評価する時間帯、評価する価格帯、複数の資産価格の算術平均をとるときのウェイトなどの解析のための条件である。この評価条件入力部4により、有意な解析を行うことができる評価条件をバスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5に設定することができる。

[0105]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部 5 は、本発明の中心的な構成要素である。バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部 5 は、初期値入力部 3 から評価対象の複数の資産価格、価格変動率、価格変動方向の初期値、及び複数の資産に関する式の T_{0} , c_{0} , g_{0} , 及び相関係数行列を入力し、評価条件入力部 4 から複数の資産価格の算術平均をとるときのウェイト等の評価条件を入力し、評価対象の複数の資産価格についてモンテカルロ法により、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返し、その複数の資産のウェイト付き算術平均の価格分布を求める手段である。

[0106]

モンテカルロ法は、ボルツマン方程式の厳密解を求める数値解析法である。

[0107]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5の初期化部11は、評価を開始するにあたり、評価対象の複数の資産の価格、価格変動率、価格変動方向を初期化する手段である。

[0108]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部 5 の初期値設定部 1 2 は、上記初期値 入力部 3 の出力に基づいて評価対象の複数の資産の価格、価格変動率、価格変動方向の初 期値を設定する手段である。

[0109]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5のサンプリング部13は、価格変動シミュレーションのサンプリング幅を決定する手段である。本発明では、サンプリング部13は、全断面積・確率過程入力部6の入力によって、価格変動の単位時間の変動確率を設定できる。このため、従来難しいとされていた価格変動シミュレーションのための時間グリッドの設定を省くこともできる。この詳細については、本願発明者らの先願である特開2001-67409号公報に詳しく説明してある。

[0110]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部 5 の価格変動シミュレーション部 1 4 は、モンテカルロ法によって直前の価格から、速度分布と方向分布の確率分布に基づいて次の価格をシミュレーションする要素である。

[0111]

価格変動シミュレーション部14は、ボルツマンモデルによって複数の資産の価格変動をシミュレーションするために、速度分布・方向分布入力部7から複数の資産のボルツマン方程式における変数の速度分布あるいは方向分布に相当する複数の資産の価格変動率あるいは価格変動方向の分布を入力する。

[0112]

価格変動シミュレーション部14は、モンテカルロ法によって複数の資産に関するボルツマン方程式の解を求めるために、乱数発生部8が発生した乱数を入力する。

[0113]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部 5 の一試行終了判定部 1 5 は、一試行が終了したか否かを判断する要素である。ここで、「一試行」とは、評価開始時間から評価終了時間までの 1 回の該当する複数の資産の価格変動シミュレーションである。一試行終了判定部 1 5 は、現在計算されている時点と評価時間帯とを比較することにより、一試行が終了したか否かを判定することができる。一試行の終了の条件は、評価条件入力手段4から入力される。

10

20

30

[0114]

一試行が終了していない場合は、一試行終了判定部15から処理を再びサンプリング部1 3 に戻し、直前の複数の資産の価格と速度分布・方向分布とから次の複数の資産の価格及 び確率密度を計算する。

[0115]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5の複数資産のポートフォリオ価格算 出部16は、上記価格変動シミュレーション部14によってシミュレーションされたオプ ション満期時における複数の資産価格のウェイト付き算術平均値を算出する要素である。 評価条件入力部4によって設定されたウェイトに基づき、複数の資産価格の算術平均値を 算出する。複数の資産価格のウェイト付き算術平均値をオプション価格演算部 1 7 に出力 10 する。

[0116]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5のオプション価格演算部17は、複 数資産のポートフォリオ価格算出部16から出力されたオプション満期時における複数の 資産価格のウェイト付き算術平均値を用いて一試行ごとのバスケットオプションのペイオ フの総和を算出する。

[0117]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5の全試行終了判定部18は、評価条 件入力部4によって設定された全試行回数に到達したか否かを判断する手段である。この 全試行回数は、初期値入力部3によって全試行終了判定部18に入力される。

20

[0118]

バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部5のオプション価格換算部19は、オ プション価格演算部17の算出したオプションのペイオフの総和の平均をとることによっ て、評価対象のパスケットオプションの価格を算出して出力する要素である。

[0119]

GUIとしてのディーリング端末105は、本システムの処理の途中経過や最終処理結果 を出力する要素であり、評価対象とするバスケットオプションの価格を出力する。なお、 この端末105は、キーボード、マウスのようなポインティングデバイスによる入力機能 を有し、またディスプレイに表示し、プリンタによりプリントアウトし、他のシステムへ のネットワークを通じた伝送、記憶装置への書き出しを含め、広い意味での出力機能を有 する。

30

[0120]

マーケットデータベース101は、評価対象とするバスケットオプション商品に関連した 惜朝を格納したデータベースである。なお、ここで「データベース」とは、データベース 内に体系的に管理されたデータと、データを検索する手段、それらを記憶管理するハード ウェアも含めたものである。

[0121]

以上のシステム構成のディーリングシステムによる複数の資産のポートフォリオを原資産 とするバスケットオプション価格の評価方法について、以下に説明する。

[0122]

40

図6は、A1からA3までの3つの手順を示している。複数の資産のポートフォリオを原 資産とするバスケットオプション価格評価では、利用できる取引データはほとんどない。 しかし、ボルツマンモデルで評価した日次収益率は各資産の日次収益率と一致させること ができるので、オプション取引のデータがなくても各資産の振る舞いと各資産間の相関の 考慮によってバスケットオプション価格を評価できる。従って、現在、利用できる取引デ ータのほとんどないバスケットオプション価格評価にとって最も有効な手法と言える。

[0123]

本実施の形態のディーリングシステム100では、処理ステップA1で該当する複数の資 産のボルツマンモデルの温度パラメータを決定する。そして、処理ステップA2で該当す る複数の資産の日次収益率との一致性を確認する。日次収益率が一致しなければ、処理ス

40

50

テップA1に戻り、パラメータを見直す。一致すれば、処理ステップA3において相場依存性との一致性を確認する。一致すれば、初期値入力部3に入力される。一致しなければ、処理ステップA1に戻り、温度パラメータを見直し、上記の処理を繰り返す。この場合にも実際には明確な相場依存性を観測することは稀なので、処理ステップA2からA3への流れ(図6の矢印付き破線)が最終手段となることも多い。

[0124]

バスケットオプション価格評価の例を図7と図8に示す。図7はバスケット・コールのオプション価格である。横軸が行使価格と原資産価格の比、縦軸がコールオプション価格と原資産価格の比を示す。図8はバスケット・プットのオプション価格である。横軸が行使価格と原資産価格の比、縦軸がプットオプション価格と原資産価格の比を示す。図7と図8で、実線C21とC31はボルツマンモデルによる評価価格である。破線C22とC32はブラックーショールズ型の幾何ブラウン運動モデルによるものである。

[0125]

[0126]

次に、上記のディーリングシステム100による、ボルツマンモデルに基づくヒストリカル情報との整合性を保ったバスケットオプション価格評価手法について説明する。ボルツマンモデルでは、複数の資産のヒストリカルな情報と整合性を取りながら、複数の資産のポートフォリオを原資産とするバスケットオプションの価格評価ができる。この特性は取引に際してオプション価格提示の根拠を明確に出来る利点がある。取引やバスケットオプション価格付けのコンサルテーション業では、価格評価の影響は単に価格付けした当事者のみに留まらない。従って、経験と勘のみでは済まされず、合理的な価格付けの根拠が求められる。

[0127]

マーケットは不確実性が大きいので、経験と勘に頼る恣意的な判断が完全になくなることはない。しかし、これらの判断が他の情報で裏付けられれば、合理的な根拠に基づく行動となる。現在の金融工学の基本が原資産価格の挙動からオプション価格が決定されるという立場にある以上、ボルツマンモデルが原資産のヒストリカル情報との整合性を保てることは、価格評価の合理性を主張する大きな根拠となる。

[0128]

次に、図4及び図9において、第2の実施の形態であるボルツマンモデルに基づき、複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするオプションであるレインボーオプションの価格評価を行うディーリングシステムを説明する。図4及び図9は、本実施の形態のディーリングシステム1000構成を示している。このシステム100は、外部マーケットデータベース101と通信してマーケットデータを取込み、図4の構成を備え、ボルツマンモデルによりレインボーオプション価格評価を実施するボルツマンモデル計

算エンジン(BMM)103とこのBMM103の出力するバスケットオプション価格を表示し、プリントアウトし、またデータ入力を行うためのグラフィカルユーザーインターフェース(GUI)としてのディーリング端末105から構成される。

[0129]

そして、ボルツマンモデル計算エンジン(BMM)103は、図9の示す構成であり、価格・変動率・変動方向の初期値入力部3、評価条件入力部4、レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205、入出力装置としてのGUI105(図4と共通)、全断面積・確率過程入力部6、速度分布・方向分布入力部7、乱数発生部8を備え、必要なマーケットデータを取込むためのマーケットデータベース101と接続されている。

[0130]

そして、レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205はさらに、初期化部11、初期値設定部12、サンプリング部13、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーション部14、一試行終了判定部15、複数資産の価格の最大値・最小値算出部216、オプション価格演算部217、全試行終了判定部18、オプション価格換算部219を有している。

[0131]

なお、本システムは物理的な意味で1つのコンピュータに含まれることを意味するものではない。例えば、本システム100としてクライアントサーバーシステムのように分散処理するシステムを採用することができる。また、各要素はその名称の示す処理を実行するプログラムそれぞれに対応しており、本システム中に物理的にこれらの要素が組み込まれるものではない。従って、基本的には、通信機能を備えた1台のコンピュータにこれらの処理機能を実行するディーリングプログラムを組み込むことによって実現することができるものである。

[0132]

初期値入力部3は、評価対象の複数の資産に関する式の T_{0i} , c_{0i} , g_{0i} 及び相関係数行列をレインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205に入力する。このパラメータは実績データから得られる。好ましくは、初期値入力部3は、評価対象の複数の資産に関する情報をマーケットデータベース101から検索し、検索した該当する複数の資産の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を取得してレインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205に出力する。

[0133]

評価条件入力部4は、レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205の評価条件を入力する要素である。レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205の評価条件とは、レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205による試行回数、評価する時間帯、評価する価格帯などの解析のための条件である。この評価条件入力部4により、有意な解析を行うことができる評価条件をレインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205に設定することができる。

[0134]

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部 205は、本発明の中心的な構成要素である。レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部 205は、初期値入力部 3から評価対象の複数の資産価格、価格変動率、価格変動方向の初期値、及び複数の資産に関する式の T_{0i} , C_{0i} , g_{0i} 及び相関係数行列を入力し、評価対象の複数の資産価格についてモンテカルロ法により、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返し、その複数の資産の価格分布を求める手段である。

[0135]

モンテカルロ法は、ボルツマン方程式の厳密解を求める数値解析法である。

[0136]

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部 2 0 5 の初期化部 1 1 は、評価を開始するにあたり、評価対象の複数の資産の価格、価格変動率、価格変動方向を初期化する手段である。

10

20

30

40

[0137]

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部 2 0 5 の初期値設定部 1 2 は、上記初期値入力部 3 の出力に基づいて評価対象の複数の資産の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を設定する手段である。

[0138]

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205のサンプリング部13は、価格変動シミュレーションのサンプリング幅を決定する手段である。本発明では、サンプリング部13は、全断面積・確率過程入力部6の入力によって、価格変動の単位時間の変動確率を設定できる。このため、従来難しいとされていた価格変動シミュレーションのための時間グリッドの設定を省くこともできる。この詳細については、本願発明者らの先願であ 10 る特開2001-67409号公報に詳しく説明してある。

[0139]

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205の価格変動シミュレーション部14は、モンテカルロ法によって直前の価格から、速度分布と方向分布の確率分布に基づいて次の価格をシミュレーションする要素である。

[0140]

価格変動シミュレーション部14は、ボルツマンモデルによって複数の資産の価格変動をシミュレーションするために、速度分布・方向分布入力部7から複数の資産のボルツマン方程式における変数の速度分布あるいは方向分布に相当する複数の資産の価格変動率あるいは価格変動方向の分布を入力する。

[0141]

価格変動シミュレーション部14は、モンテカルロ法によって複数の資産に関するボルツマン方程式の解を求めるために、乱数発生部8が発生した乱数を入力する。

[0142]

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205の一試行終了判定部15は、一試行が終了したか否かを判断する要素である。ここで、「一試行」とは、評価開始時間から評価終了時間までの1回の該当する複数の資産の価格変動シミュレーションである。一試行終了判定部15は、現在計算されている時点と評価時間帯とを比較することにより、一試行が終了したか否かを判定することができる。一試行の終了の条件は、評価条件入力手段4から入力される。

[0143]

一試行が終了していない場合は、一試行終了判定部15から処理を再びサンプリング部13に戻し、直前の複数の資産の価格と速度分布・方向分布とから次の複数の資産の価格及び確率密度を計算する。

[0144]

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205の複数資産の価格の最大値・最小値算出部216は、上記価格変動シミュレーション部14によってシミュレーションされたオプション満期時における複数の資産価格の最大値もしくは最小値を算出する要素である。複数の資産価格のの最大値もしくは最小値をオプション価格演算部217に出力する。

[0145]

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205のオプション価格演算部217 は、複数資産の価格の最大値・最小値算出部216から出力されたオプション満期時にお ける複数の資産価格の最大値もしくは最小値を用いて一試行ごとのレインボーオプション のペイオフの総和を算出する。

[0146]

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205の全試行終了判定部18は、評価条件入力部4によって設定された全試行回数に到達したか否かを判断する手段である。 この全試行回数は、初期値入力部3によって全試行終了判定部18に入力される。

[0147]

50

20

30

レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部205のオプション価格換算部219 は、オプション価格演算部217の算出したオプションのペイオフの総和の平均をとるこ とによって、評価対象のレインボーオプションの価格を算出して出力する要素である。

[0148]

GUIとしてのディーリング端末105は、本システムの処理の途中経過や最終処理結果を出力する要素であり、評価対象とするレインボーオプションの価格を出力する。なお、この端末105は、キーボード、マウスのようなポインティングデバイスによる入力機能を有し、またディスプレイに表示し、プリンタによりプリントアウトし、他のシステムへのネットワークを通じた伝送、記憶装置への書き出しを含め、広い意味での出力機能を有する。

10

[0149]

マーケットデータベース101は、評価対象とするレインボーオプション商品に関連した情報を格納したデータベースである。なお、ここで「データベース」とは、データベース内に体系的に管理されたデータと、データを検索する手段、それらを記憶管理するハードウェアも含めたものである。

[0150]

以上のシステム構成のディーリングシステムによる複数の資産の中で価格が最大もしくは最小のものを原資産とするレインボーオプション価格の評価方法について、以下に説明する。本実施の形態のディーリングシステム100でも、手順は第1の実施の形態と同じなので詳しい説明は省略するが、図6のA1からA3までの3つの手順で、複数の資産のボルツマンモデルの温度パラメータの入力値を決める。

20

[0151]

レインボーオプション価格評価の例を図10と図11と図12と図13に示す。図10はコール・オン・マックスのオプション価格である。横軸が行使価格と原資産価格の比、縦軸がコールオプション価格と原資産価格の比を示す。図11はプット・オン・マックスのオプション価格である。横軸が行使価格と原資産価格の比、縦軸がプットオプション価格を原資産価格の比を示す。図12はコール・オン・ミニマムのオプション価格である。横軸が行使価格と原資産価格の比、縦軸がコールオプション価格と原資産価格の比を示す。図13はプット・オン・ミニマムのオプション価格である。横軸が行使価格と原資産価格の比、縦軸がプットオプション価格と原資産価格の比を示す。図10と図11と図12と図13で、実線D21とD31とD41とD51はボルツマンモデルによる評価価格である。破線D22とD32とD42とD52はブラックーショールズ型の幾何ブラウン運動モデルによるものである。

30

[0152]

図10から、ブラックーショールズモデルはボルツマンモデルに比べて、コール・オン・マックスの価格をアット・ザ・マネー(行使価格が原資産価格にほぼ等しい領域)で過大評価し、ディープ・アウト・ザ・マネー(行使価格が原資産価格よりもかなり大きい領域)で過小評価していることが分かる。図11から、ブラックーショールズモデルはボルツマンモデルに比べて、プット・オン・マックスの価格をアット・ザ・マネーで過大評価し、ディープ・アウト・ザ・マネーで過小評価していることが分かる。図12から、ブラックーショールズモデルはボルツマンモデルに比べて、コール・オン・ミニマムの価格をアット・ザ・マネーで過小評価していることが分かる。図13から、ブラックーショールズモデルはボルツマンモデルに比べて、プット・オン・ミニマムの価格をアット・ザ・マネーで過大評価し、ディープ・アウト・ザ・マネーで過小評価していることが分かる。

40

[0153]

このように、ボルツマンモデルとブラックーショールズモデルの評価価格が異なるのは、ボルツマンモデルによって、現実の原資産価格分布が、ブラックーショールズモデルで仮定している対数正規分布と比較して、相対価格が1近辺での確率密度の広がり(ボラティリティ)が小さく尖っていて(Leptokurcity)、相対価格が1よりもかなり

50 '

小さい領域と1よりもかなり大きい領域での確率密度のボラティリティが大きくなって裾広がり(Fat-Tail)となる効果を取り入れられたためである。

[0154]

この計算例では、従来は、コール・オン・マックスとプット・オン・マックスとコール・オン・ミニマムとプット・オン・ミニマムにおいて、オプション購入者はアット・ザ・マネーで高値で購入するリスクがあり、オプション販売者はディープ・アウト・ザ・マネーで安値で販売するリスクがあったが、これらのリスクを低減できて、損失を低減できることになる。

[0155]

次に、上記のディーリングシステム100による、ボルツマンモデルに基づくヒストリカル情報との整合性を保ったレインボーオプション価格評価手法では、既に第1の実施の形態のバスケットオプション価格評価手法で説明したのと同じで、ボルツマンモデルが原資産のヒストリカル情報との整合性を保てることが、価格評価の合理性を主張する大きな根拠となる。

[0156]

次に、保険会社や再保険会社における保険料評価システムにおいて、1つの保険リスクの保険料もしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料のボルツマンモデルを用いた評価方法の実際について説明する。

[0157]

1 つの保険リスクの保険料もしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料は、ボル 2 ツマンモデルの基本解法であるモンテカルロ法によって次のようにして評価できる。まず、ボルツマンモデルに従う時点 $t=\Delta$ t における N 個の保険金額(損失額)の試行

【数95】

 S_{i1}^{k}

を発生させる。ここで、

【数96】

 S_{i1}^{k}

30

の添字のiはi番目の保険リスクの損失額、kはk回目の試行を表す。この場合、N個の保険リスクの損失額は相関を持って変動するので、1回の試行でN個の保険リスクの損失額の試行を1セットにして発生させることになる。次に、1回の試行ごとにN個の保険リスクの損失額の合計額を、

【数97】

$$S_{\text{tot}}^k = \sum_{i=1}^N S_{i1}^k \cdots (H4)$$

40

によって求めて、試行を繰り返せば、保険リスクのポートフォリオの損失額の分布が求まる。

[0158]

保険料算定原理として、パーセンタイル値に着目した分位原理を用いると、保険リスクの ポートフォリオの保険料は既に述べたように、

【数98】

$$c = F^{-}(1-\delta) \cdots (H3)$$

となる。ここで、

【数 9 9 】

 S_{iot}^{k}

は分布Fに従うとし、

【数100】

 $0 \le \delta \le 1$, $F^-(y) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F(x) \ge y\}$ (分位関数)

・である。もし、 $\delta=0$. 05とおけば、保険リスクのポートフォリオの保険料は上位 5% 10の損失額の合計額に等しくなる。

[0159]

ボルツマンモデルに従うN個の保険リスクのポートフォリオの損失額の試行の発生法について説明する。ボルツマンモデルを保険リスクに適用する場合、各保険リスクの損失額Suの確率測度 P_1 (S_1 , t)は、式(H_5)のように金融ボルツマン方程式をN個の連立させて、各式の散乱カーネル

【数101】

$$\Lambda_{s,i}(S_i,\nu_i',\mu_i' \to \nu_i,\mu_i)$$

の間に相関を考慮することによって得られる。

[0160]

【数102】

$$\begin{cases} \frac{\partial P_{1}(S_{1},t)}{\partial t} + r'S_{1} \frac{\partial P_{1}(S_{1},t)}{\partial S_{1}} \\ + \int dv_{1}d\mu_{1} \left[S_{1}v_{1}\mu_{1} \frac{\partial p_{1}(S_{1},v_{1},\mu_{1};t)}{\partial S_{1}} + \Lambda_{T,1}(S_{1},v_{1})p_{1}(S_{1},v_{1},\mu_{1};t) \right. \\ \left. - \int dv'_{1}d\mu'_{1} S_{1}p_{1}(S_{1},v'_{1},\mu'_{1};t)\Lambda_{S,1}(S_{1},v'_{1},\mu'_{1} \to v_{1},\mu_{1}) \right] \\ = \delta(S_{1} - S_{1}(0))\delta(t) \end{cases}$$

10

$$\frac{\partial P_{i}(S_{i},t)}{\partial t} + r'S_{i} \frac{\partial P_{i}(S_{i},t)}{\partial S_{i}} + \int dv_{i}d\mu_{i} \left[S_{i}v_{i}\mu_{i} \frac{\partial p_{i}(S_{i},v_{i},\mu_{i};t)}{\partial S_{i}} + \Lambda_{T,i}(S_{i},v_{i})p_{i}(S_{i},v_{i},\mu_{i};t) \right. \cdots (H5)$$

$$-\int dv'_{i}d\mu'_{i} S_{i}p_{i}(S_{i},v'_{i},\mu'_{i};t)\Lambda_{S,i}(S_{i},v'_{i},\mu'_{i} \rightarrow v_{i},\mu_{i}) \right]$$

$$= \delta(S_{i} - S_{i}(0))\delta(t)$$
20

$$\frac{\partial P_{N}(S_{N},t)}{\partial t} + r'S_{N} \frac{\partial P_{N}(S_{N},t)}{\partial S_{N}}$$

$$+ \int dv_{N} d\mu_{N} \left[S_{N}v_{N}\mu_{N} \frac{\partial p_{N}(S_{N},v_{N},\mu_{N};t)}{\partial S_{N}} \right. + \Lambda_{T,N}(S_{N},v_{N})p_{N}(S_{N},v_{N},\mu_{N};t)$$

$$- \int dv'_{N} d\mu'_{N} S_{N}p_{N}(S_{N},v'_{N},\mu'_{N};t)\Lambda_{S,N}(S_{N},v'_{N},\mu'_{N},\mu'_{N} \rightarrow v_{N},\mu_{N})]$$

$$= \delta(S_{N} - S_{N}(0))\delta(t)$$

$$30$$

ここで、

【数103】

$$P_i(S_i,t) = \int dv_i d\mu_i \quad p_i(S_i,v_i,\mu_i;t) \quad \cdots (H6)$$

である。

[0161]

40

50

保険リスクへの適用にあたっては変数の定義も変更して、 t は時間、 r' は期待金利、 v は i 番目の保険リスクの損失額変化率、 μ は i 番目の保険リスクの損失額変動の方向、 S i (0) は t=0 のときの i 番目の保険リスクの損失額の平均値とする。

[0162]

【数104】

$$\Lambda_{\mathsf{T},i}(S_i,v_i)$$

は「番目の保険リスクの単位時間当たりの損失額変動の確率を意味する衝突頻度とし、【数105】

$$\Lambda_{S,i}(S_i, v_i', \mu_i' \to v_i, \mu_i)$$

はi番目の損失額の散乱カーネルとする。

[0163]

【数106】

$$\Lambda_{s,i}(S_i,\nu_i',\mu_i'\to\nu_i,\mu_i)$$

は、

【数107】

損失額変化率分布 $S_i(\nu_i' \rightarrow \nu_i)$

と、

【数108】

損失額変動方向分布 $\wp_i(\mu_i' \rightarrow \mu_i)$

との積

【数109】

$$\Lambda_{S,i}(S_i, \nu_i', \mu_i' \to \nu_i, \mu_i) = \Im_i(\nu_i' \to \nu_i) \wp_i(\mu_i' \to \mu_i) \cdots (H7)$$

で与えられるとする。そして、

【数110】

$$\Im_i(v_i' \rightarrow v_i)$$

としては、原子核反応で放出される中性子スペクトルを表す蒸発スペクトルと同じ形、 30 【数111】

$$\Im_i(v_i' \to v_i) = \frac{|v_i|}{T_i^2(v_i')} \exp\left[-\frac{|v_i|}{T_i(v_i')}\right] \cdots (H8)$$

を仮定する。ここで、仮想的なものであるが、 v_i は当日の損失額変化率、 v_i は 前日の損失額変化率とし、温度 T_i (v_i)としては次の v_i に関する 2 次式を仮定する。

[0164]

【数112】

40

10

20

$$T_i(v_i) = T_{0i}(1 + c_{0i}|v_i| + g_{0i}v_i^2) \cdots (H9)$$

ここで、Toi, coi, goiは定数である。

[0165]

【数113】

$$\mathscr{D}_i(\mu_i' \to \mu_i)$$

は常に0.5と仮定する。

[0166]

【数114】

$$\Lambda_{S,i}(S_i, v_i', \mu_i' \rightarrow v_i, \mu_i), \Lambda_{T,i}(S_i, v_i)$$

間には、

【数115】

$$\Lambda_{T,i}(S_i,\nu_i) = \int d\nu_i' d\mu_i' d\mu_i \quad \Lambda_{S,i}(S_i,\nu_i,\mu_i \to \nu_i',\mu_i') \quad \cdots (H10)$$

10

の関係がある。

[0167]

連立した金融ボルツマン方程式から時点 $t=\Delta$ t における N 個の保険金額(損失額)の試行

【数116】

 S_{i1}^{k}

を発生させるには、N個の保険リスクの損失額の相関を考慮した損失額変化率分布に従う 損失額変化率の乱数列

20

【数117】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots u_N)^T$$

を発生させる必要がある。そこで、その方法について説明する。

[0168]

ボルツマンモデルでは、損失額変化率分布の関数が事前に与えられるわけではない。最終的な損失額変化率分布 ϕ_1 (v_1)は、シミュレーションした後に初めて判る性質のものである。ボルツマンモデルでは散乱カーネルのパラメータ T_1 (v_1 ')を、

【数118】

$$T_i(v_i') = T_{0i}(1 + c_{0i}|v_i'| + g_{0i}v_i'^2) \cdots (H11)$$

で与える。

[0169]

 $c_{0i}=0$, $g_{0i}=0$ の場合にのみ、損失額変化率分布を事前に与えることができ、【数 1 1 9 】

$$\phi_i(v_i) = \frac{|v_i|}{2T_{0i}^2} \exp\left[-\frac{|v_i|}{T_{0i}}\right] \cdots (H12)$$

40

30

となるので、まず、この場合について説明する。このときには、 $x_1 = v_1 / T_{0}$ の変換を施せば、

【数120】

$$\phi_i(x_i) = \frac{|x_i|}{2} \exp[-|x_i|] \cdots (H13)$$

に従う乱数列

【数121】

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \cdots x_N)^T$$

を発生させて、

【数122】

$$\vec{u} = L\vec{x} \cdots (H14)$$

の変換を施した乱数列

【数123】

10

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots u_N)^T$$

は共分散行列Vを持つ。

[0170]

共分散行列 V は、コレスキー分解により下三角行列 L の積で表すことができ、標準偏差(ボラティリティ) σ_L と相関係数 ρ_L 」で表されるので、V を次のように表す。

[0171]

【数124】

$$V = LL^{T}$$

$$= \sum X \sum \cdots (H15)$$

ここで、

【数125】

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_N \end{pmatrix} \cdots (H16)$$
30

はボラティリティ行列であり、

【数126】

$$X = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \cdots (H17)$$

40

は相関係数行列である。

[0172]

通常の金融工学問題では、ボラティリティ行列 Σ と相関係数行列Xが与えられ、これを再現するように乱数を発生させることが求められる。 $c_0=0$, $g_0=0$ のときには、ボラティリティ σ_1 と T_0 、との間には、

【数127】

$$\sigma_i = T_{0i} \sqrt{6} \quad \cdots (H18)$$

が成立するので、 σ いら T の い を求めることができる。式 (H14) を用いれば、N 50

個の保険リスクの損失額の相関を考慮した損失額変化率分布に従う損失額変化率の乱数列 【数128】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots u_N)^T$$

を発生できる。

[0173]

 $c_0=0$, $g_0=0$ のときには平均値が0で標準偏差が1の標準正規乱数のような概念を実装に導入しやすいが、 $c_0\ne0$, $g_0\ne0$ のときには T_1 が変動するので、標準乱数を全面に押し出したアルゴリズムは実装上問題が多い。従って、以下のように若干修正する。これまでは、共分散行列Vを直接コレスキー分解したが、これからは、相関係数行列Xをコレスキー分解する。すると、

【数129】

$$V = \Sigma X \Sigma$$

$$= \Sigma L L^T \Sigma \quad \cdots (H19)$$

となるので、相関のある乱数

【数130】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots u_N)^T$$

20

30

40

は、

【数131】

$$\vec{u} = \Sigma L \vec{x} \cdots (H20)$$

となる。

[0174]

また、相関の無い標準乱数列

【数132】

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \cdots x_N)^T$$

の代わりに相関は無いが標準偏差が異なる乱数列

【数133】

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \cdots v_N)^T = \Sigma \vec{x}$$

を用いると、

【数134】

$$\vec{u} = \Sigma L \Sigma^{-1} (\Sigma \vec{x})$$

$$= \Sigma L \Sigma^{-1} \vec{v} \quad \cdots (H21)$$

となる。この表記は、 $c_0 \neq 0$, $g_0 \neq 0$ の場合に有効となるので、今後、相関のある乱数発生の記述はこれに従う。

[0175]

c₀ ≠ 0, g₀ ≠ 0 の場合、まず相関係数行列が単位行列の場合(相関が無い場合) についての乱数生成から説明する。この場合には、単にNの乱数系列を独立に発生させる 50 だけなので、i番目の成分について述べるだけで十分である。i番目についてボラティリティが σ_1 になるように、パラメータ $T_{0\,1}$, $c_{0\,1}$, $g_{0\,1}$ が決まっていたものとする。時間ステップjでの乱数 $v_{1\,1}$ が決まっていれば、次ステップj+1の乱数 $v_{1\,1}$ は、

【数135】

$$\phi(v_{i,j+1}) = \frac{|v_{i,j+1}|}{2T_{i,j+1}} \exp\left[-\frac{|v_{i,j+1}|}{T_{i,j+1}}\right] \cdots (H22)$$

に従う乱数から求められる。ここで、

【数136】

$$T_{i,j+1} = T_{0i} (1 + c_{0i} | v_{i,j} | + g_{0i} v_{i,j}^2) \cdots (H23)$$

である。なお、この場合も符号士の発生確率は等しいとする。この手順をl=1, …, Nについて独立に併行すれば、ボラティリティがおのおの σ_1 , …, σ_N の無相関な乱数列

【数137】

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \cdots v_N)^T$$

が生成される。これを用いて、式(H21)と同様に、

【数138】

$$\vec{u} = \Sigma L \Sigma^{-1} \vec{v} \quad \cdots (H24)$$

から相関のある乱数列

【数139】

 \vec{u}

30

10

を求めることができる。

[0176]

以上のようにして、N個の保険リスクの相関を考慮した損失額変化率分布に従う相関のある損失額変化率の乱数列

【数140】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots, u_N)^T$$

もしくは、無相関の損失額変化率の乱数列

【数141】

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \cdots v_N)^T$$

を発生させることができる。この

【数142】

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \cdots, u_N)^T$$

もしくは、

【数143】

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \cdots v_N)^T$$

を用いて、さらに発明者らの先願である特開 2001-67409 号公報及び特開 2002-32564 号公報に詳しく説明してあるボルツマンモデルで 1 資産の価格変動の試行パスを発生させる方法において、保険分野への適用のために、式(H5)のように資産の価格を保険リスクの損失額にするなど変数を定義し直すことにより、時点 $t=\Delta$ t における N 個の保険金額(損失額)の試行

【数144】

10

20

30

 S_{i1}^{k}

を発生させることができる。

[0177]

ボルツマンモデルで1資産の価格変動の試行パスを発生させる方法については、特開2001-67409号公報及び特開2002-32564号公報に詳述された方法を利用する。

[0178]

これらの1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料の算定では、保険金額の確率分布にボルツマンモデルを用いるので、従来のような対数正規分布やパレート分布などを用いる場合に比べて、現実の保険金額の確率密度分布における平均値の近傍で尖っていて(Leptokurcity)、保険金額が大きい領域と小さい領域で裾広がり(Fat-Tail)となる効果を精度良く取り入れることが可能となる。そのため、ボルツマンモデルを用いる手法により保険料の算定の精度の向上が図れる。

[0179]

ここまでで、1つの保険リスクの保険料もしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料のボルツマンモデルを用いた評価方法の実際を説明した。次に、図14及び図15において、第3の実施の形態であるボルツマンモデルに基づき、1つの保険リスクの保険料もしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を算定する保険料評価システムを説明する。

[0180]

図14及び図15は、本実施の形態の保険料評価システム500の構成を示している。このシステム500は、損失額データベース501と通信して過去の損失額データを取込み、図14の構成を備え、ボルツマンモデルにより保険料算定を実施するボルツマンモデル計算エンジン(BMM)503とこのBMM503の出力する保険料を表示し、プリントアウトし、またデータ入力を行うためのグラフィカルユーザーインターフェース(GUI)としての保険料評価システム端末505から構成される。

[0181]

そして、ボルツマンモデル計算エンジン(BMM)503は、図15の示す構成であり、 40 損失額の平均値・変動率・変動方向の初期値入力部53、評価条件入力部54、保険料算 定対応ボルツマンモデル解析部55、入出力装置としてのGUI505(図14と共通) 、速度分布・方向分布入力部56、乱数発生部57を備え、必要な損失額データを取込む ための損失額データベース501と接続されている。

[0182]

そして、保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55はさらに、初期化部61、初期値設定部62、サンプリング部63、ボルツマンモデルによる損失額確率分布生成シミュレーション部64、損失額確率分布算出部65、一試行終了判定部66、全試行終了判定部67、損失額確率分布編集部68、保険料換算部69を有している。

[0183]

40

50

なお、本システムは物理的な意味で1つのコンピュータに含まれることを意味するものではない。例えば、本システム500としてクライアントサーバーシステムのように分散処理するシステムを採用することができる。また、各要素はその名称の示す処理を実行するプログラムそれぞれに対応しており、本システム中に物理的にこれらの要素が組み込まれるものではない。従って、基本的には、通信機能を備えた1台のコンピュータにこれらの処理機能を実行する保険料評価プログラムを組み込むことによって実現することができるものである。

[0184]

初期値入力部53は、評価対象の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオに関する式の T_{0} , c_{0} , g_{0} , 及び相関係数行列を保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55に入力する。このパラメータは過去の損失額データから得られる。好ましくは、初期値入力部53は、評価対象の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオに関する情報を損失額データベース501から検索し、検索した該当する1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額の平均値、損失額変化率、損失額変動方向の初期値を取得して保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55に出力する。

[0185]

評価条件入力部54は、保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の評価条件を入力する要素である。保険料算定対応ボルツマン解析部55の評価条件とは、保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55による試行回数、評価する損失額帯、保険金額(損失額)の確率分布から保険料算定するときのパーセンタイル値などの解析のための条件である。この評価条件入力部54により、有意な解析を行うことができる評価条件を保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55に設定することができる。

[0186]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55は、本発明の中心的な構成要素である。保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55は、初期値入力部53から評価対象の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額の平均値、損失額変化率、損失額変動方向の初期値、及び1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオに関する式のToi, coi, goi及び相関係数行列を入力し、評価条件入力部54から保険料算定するときのパーセンタイル値等の評価条件を入力し、評価対象の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオについてモンテカルロ法により、ボルツマンモデルによる損失額確率分布生成シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返し、その1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険金額(損失額)確率分布を求める手段である。

[0187]

モンテカルロ法は、ボルツマン方程式の厳密解を求める数値解析法である。

[0188]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の初期化部61は、評価を開始するにあたり、評価対象の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額の平均値、損失額変化率、損失額変動方向を初期化する手段である。

[0189]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の初期値設定部62は、上記初期値入力部53の出力に基づいて評価対象の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額の平均値、損失額変化率、損失額変動方向の初期値を設定する手段である。

[0190]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55のサンプリング部63は、損失額確率分布生成シミュレーションのサンプリング条件を決定する手段である。

[0191]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の損失額確率分布生成シミュレーション部64は、モンテカルロ法によって、速度分布と方向分布の確率分布に基づいて損失額確率分

布生成をシミュレーションする要素である。

[0192]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の損失額確率分布生成シミュレーション部64は、ボルツマンモデルによって複数の資産の価格変動をシミュレーションするために、速度分布・方向分布入力部56から1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオのボルツマン方程式における変数の速度分布あるいは方向分布に相当する1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額変化率あるいは損失額変動方向の分布を入力する。

[0193]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の損失額確率分布生成シミュレーション部64は、モンテカルロ法によって1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオに関するボルツマン方程式の解を求めるために、乱数発生部57が発生した乱数を入力する。

[0194]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の確率密度算出部65は、上記損失額確率分布生成シミュレーション部64によってシミュレーションされた損失額分布を積分して確率密度を算出する手段である。

[0195]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の一試行終了判定部66は、一試行が終了したか否かを判断する要素である。ここで、「一試行」とは、1回の該当する1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額確率分布生成シミュレーションである。一試行の終了の条件は、評価条件入力手段54から入力される。

[0196]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の全試行終了判定部67は、評価条件入力部54によって設定された全試行回数に到達したか否かを判断する手段である。この全試行回数は、初期値入力部53によって全試行終了判定部67に入力される。

[0197]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の確率密度編集部68は、全試行の確率密度 を集約し、評価対象の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損 失額の確率密度を編集する。

[0198]

保険料算定対応ボルツマンモデル解析部55の1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料換算部69は、上記確率密度編集部68から出力された1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの損失額(保険金額)の確率密度を用いて、保険料を算出する出力する要素である。

[0199]

GUIとしての保険料評価システム端末505は、本システムの処理の途中経過や最終処理結果を出力する要素であり、評価対象とする1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を出力する。なお、この端末505は、キーボード、マウスのようなポインティングデバイスによる入力機能を有し、またディスプレイに表示し、プ40リンタによりプリントアウトし、他のシステムへのネットワークを通じた伝送、記憶装置への書き出しを含め、広い意味での出力機能を有する。

[0200]

損失額データベース501は、評価対象とする1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオに関連した情報を格納したデータベースである。なお、ここで「データベース」とは、データベース内に体系的に管理されたデータと、データを検索する手段、それらを記憶管理するハードウェアも含めたものである。

[0201]

以上のシステム構成の保険料評価システムによる1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料の評価方法について、以下に説明する。

30

20

[0202]

図16は、B1からB2までの2つの手順を示している。本実施の形態のディーリングシステム500では、処理ステップB1で該当する1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのボルツマンモデルの温度パラメータを決定する。そして、処理ステップB2で該当する1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクの損失額確率分布との一致性を確認する。損失額確率分布が一致しなければ、処理ステップB1に戻り、パラメータを見直す。

[0203]

保険料評価の例を図17と図18に示す。図17は1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険金額(損失額)確率分布である。横軸が保険金額(損失額)と平均保険金額の比、縦軸が確率密度を示す。図17で、◆マークE11はボルツマンモデルによる保険金額(損失額)確率分布、実線E12は従来の対数正規分布によるものである。図18は図17の縦軸を累積確率密度に直してプロットしたものである。図18で、◆マークF11はボルツマンモデルによる保険金額(損失額)確率分布、実線F12は従来の対数正規分布によるものである。この保険金額(損失額)確率分布を用いて、分位原理に従って保険料を算出するとすれば、設定した上位の損失額のパーセンタイル値が保険料となる。

[0204]

上位1%パーセンタイル値(99%パーセンタイル値)を保険料とすると、従来の対数正規分布の保険料とボルツマンモデルの保険料はほぼ一致している。上位1%を越えるパーセンタイル値(99%未満のパーセンタイル値)を保険料とすると、従来の対数正規分布の保険料はボルツマンモデルの保険料に比べて過大評価になっている。上位1%未満のパーセンタイル値(99%越えるパーセンタイル値)を保険料とすると、従来の対数正規分布の保険料はボルツマンモデルの保険料に比べて過小評価になっている。対数正規分布の保険料とボルツマンモデルの保険料の偏差は100%パーセンタイル値に近い方が大きい傾向がある。

[0205]

このように、ボルツマンモデルと対数正規分布の保険料が異なるのは、ボルツマンモデルによって、現実の保険金額(損失額)の確率密度分布が、対数正規分布と比較して保険金額の平均値の近傍で尖っていて(Leptokurcity)、保険金額が大きい領域と小さい領域で裾広がり(Fat-Tail)となる効果が取り入れられたためである。この計算例では、上位1%を越えるパーセンタイル値(99%未満のパーセンタイル値)を保険料とする場合、保険会社は保険料を従来よりも安く設定できて顧客数の拡大が可能となる。また、上位1%未満のパーセンタイル値(99%越えるパーセンタイル値)を保険料とする場合、従来は、保険会社は保険料を安く見積もり過ぎて保険金支払い時に破産するリスクがあったが、そのリスクを低減することが可能となる。

[0206]

【発明の効果】

以上説明したように、本発明によれば、利用できるマーケットでの取引実績データがほとんどない複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション及び複数の資産の価格の最大値もしくは最小値を原資産とするオプションにおいて、従来の一般的な理論をもとにした限界のある手法に代えて、原子炉理論を金融分野に応用したボルツマン計算エンジンを備え、ディーラーやトレーダーにとって、複数の資産を組み合わせたポートフォリオを原資産とするオプション及び複数の資産の価格の最大値もしくは最小値を原資産とするオプションの有意な理論価格を提供することができる。

[0207]

また、以上説明したように、本発明によれば、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオにおいて、従来の一般的な理論をもとにした限界のある手法に代えて、原子炉理論を金融分野に応用したボルツマン計算エンジンを備え、保険会社や再保険会社にとって、1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの有意な理論保険料を提供することができる。

10

20

30

【図面の簡単な説明】

【図1】幾何ブラウン運動モデルが予測する原資産の価格変動率 C1と典型的な株価の終値の変動率 (日次収益率) C2のグラフ。

【図2】日経225平均株価の日次収益率C3のグラフ。

【図3】現実の日次収益率の確率密度関数と、幾何ブラウン運動モデルで仮定している正 規分布の確率密度関数との比較を示すグラフ。

【図4】本発明のディーリングシステムの第1の実施の形態~第2の実施の形態の共通するシステム構成を示すブロック図。

【図 5 】上記のディーリングシステムにおけるバスケットオプション価格評価を行うボル ツマンモデル計算エンジンの機能構成を示すブロック図。

【図6】上記のディーリングシステムによる理論計算処理を示すフローチャート。

【図7】上記のディーリングシステムによって求めたバスケットオプション価格評価の例であり、バスケット・コールの行使価格と原資産価格の比とコールオプション価格と原資産価格の比の関係を示したグラフ。

【図8】上記のディーリングシステムによって求めたバスケットオプション価格評価の例であり、バスケット・プットの行使価格と原資産価格の比とプットオプション価格と原資産価格の比の関係を示したグラフ。

【図9】本発明の第2の実施の形態のディーリングシステムにおけるレインボーオプション価格評価を行うボルツマンモデル計算エンジンの機能構成を示すブロック図。

【図10】上記のディーリングシステムによって求めたレインボーオプション価格評価の例であり、コール・オン・マックスの行使価格と原資産価格の比とコールオプション価格と原資産価格の比の関係を示したグラフ。

【図11】上記のディーリングシステムによって求めたレインボーオプション価格評価の例であり、プット・オン・マックスの行使価格と原資産価格の比とプットオプション価格と原資産価格の比の関係を示したグラフ。

【図12】上記のディーリングシステムによって求めたレインボーオプション価格評価の例であり、コール・オン・ミニマムの行使価格と原資産価格の比とコールオプション価格と原資産価格の比の関係を示したグラフ。

【図13】上記のディーリングシステムによって求めたレインボーオプション価格評価の例であり、プット・オン・ミニマムの行使価格と原資産価格の比とプットオプション価格と原資産価格の比の関係を示したグラフ。

【図14】本発明の保険料評価システムの第3の実施の形態のシステム構成を示すプロック図。

【図15】上記の保険料評価システムにおける1つの保険リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険料を評価するボルツマンモデル計算エンジンの機能構成を示すブロック図。

【図16】上記の保険料評価システムによる理論計算処理を示すフローチャート。

【図17】上記の保険料評価システムによって求めた保険料評価の例であり、1つの保険 リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険金額(損失額)と確率密度の関 係を示したグラフ。

【図18】上記の保険料評価システムによって求めた保険料評価の例であり、1つの保険 リスクもしくは複数の保険リスクのポートフォリオの保険金額(損失額)と累積確率密度 の関係を示したグラフ。

【符号の説明】

- 3 … 初期值入力部
- 4 … 評価条件入力部
- 5 … バスケットオプション対応ボルツマンモデル解析部
- 6 ··· 全断面積·確率過程入力部
- 7 … 速度分布・方向分布入力部
- 8 … 乱数発生部

40

30

10

20

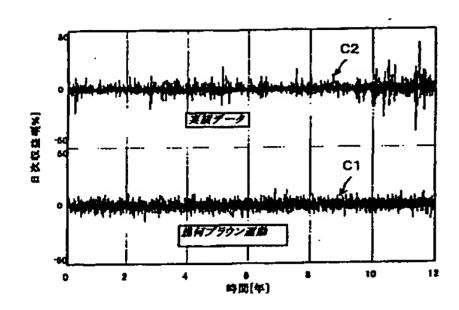
- 11…初期化部
- 12…初期值設定部
- 13…サンプリング部
- 14…シミュレーション部
- 15…一試行終了判定部
- 16…複数資産のポートフォリオ価格算出部
- 17…オプション価格演算部
- 18…全試行終了判定部
- 19…オプション価格換算部
- 21…現実の日次収益率の確率密度関数
- 5 3 … 初期值入力部
- 5 4 … 評価条件入力部
- 55…保険料算定対応ボルツマンモデル解析部
- 5 6 ···速度分布·方向分布入力部
- 5 7 … 乱数発生部
- 6 1 …初期化部
- 62…初期值設定部
- 63…サンプリング部
- 6 4 …シミュレーション部
- 65…損失額確率密度算出部
- 66…一試行終了判定部
- 67…全試行終了判定部
- 68…損失額確率密度編集部
- 69…保険料換算部
- 100…ディーリングシステム
- 101…マーケットデータベース
- 103…ボルツマンモデル計算エンジン
- 105…ディーリング端末
 - 205…レインボーオプション対応ボルツマンモデル解析部
 - 2 1 6 … 複数資産の価格の最大値・最小値算出部
 - 217…オプション価格演算部
 - 219…オプション価格換算部
 - 500…保険料評価システム
 - 501…損失額データベース
 - 503…ボルツマンモデル計算エンジン
 - 505…保険料評価システム端末

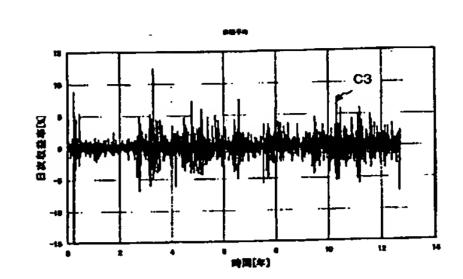
10

20

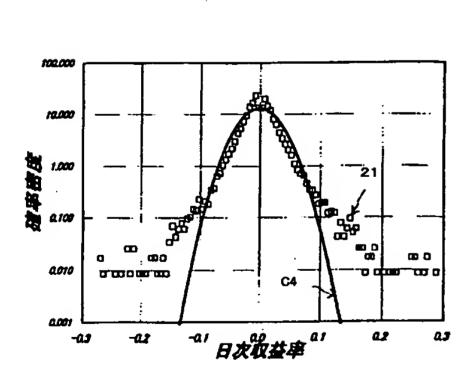
【図1】

【図2】

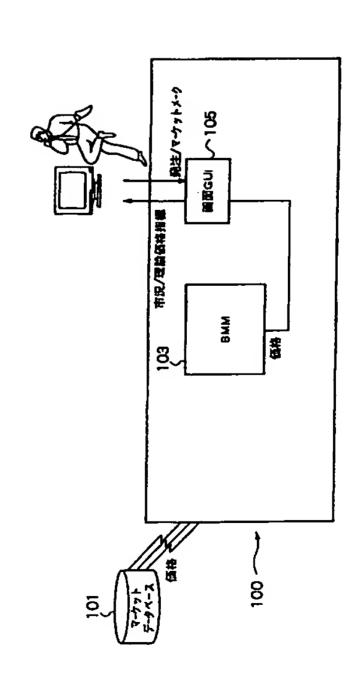




[図3]

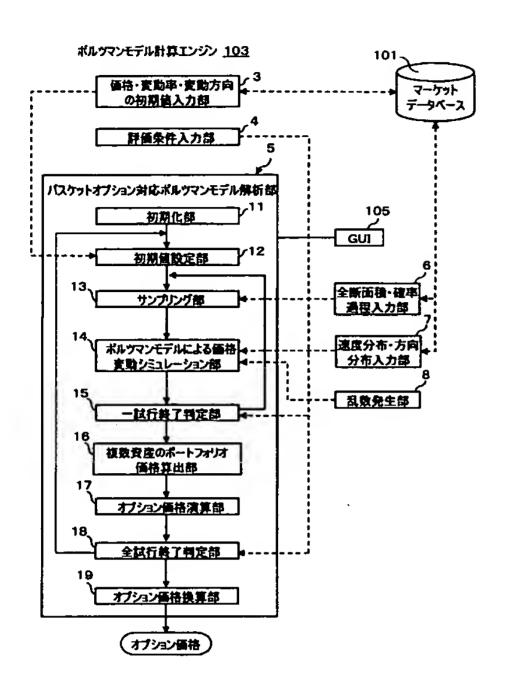


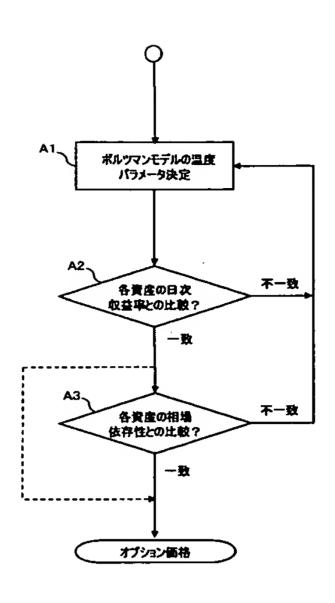
[図4]



【図5】

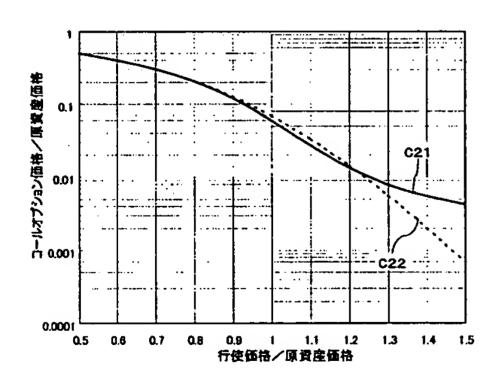
【図6】

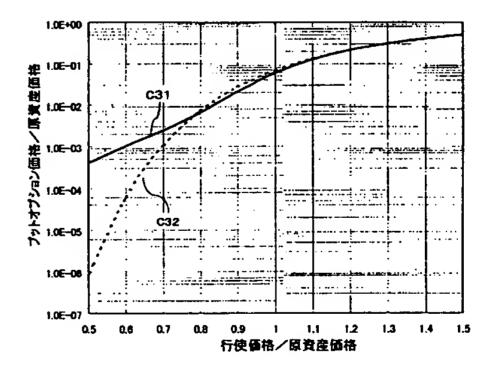




【図7】

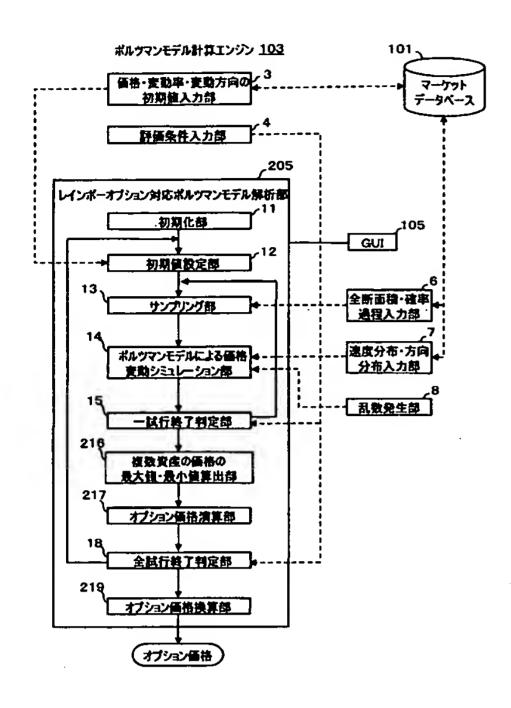
【図8】

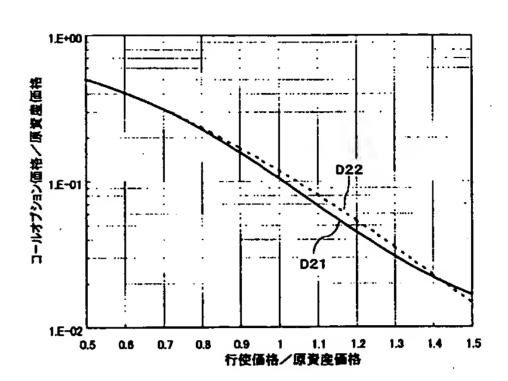




[図9]

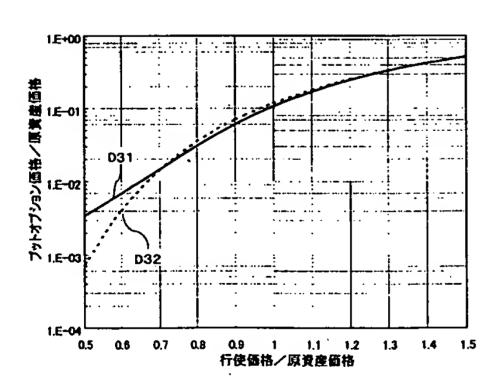
【図10】

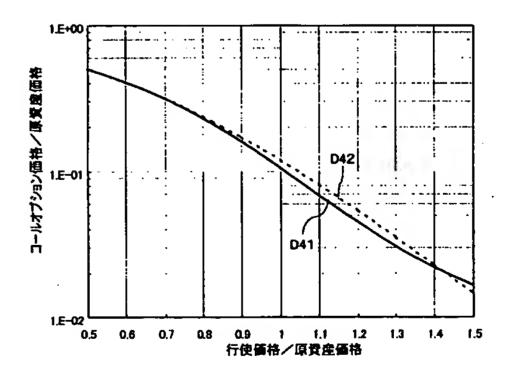




【図11】

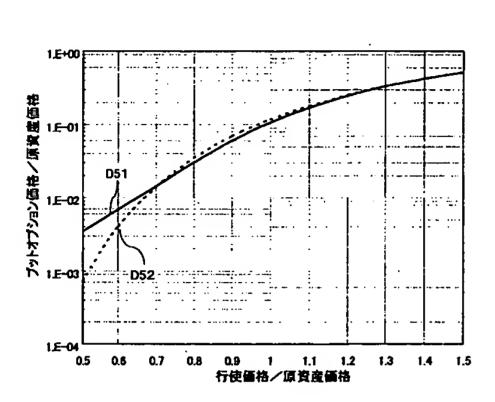
【図12】

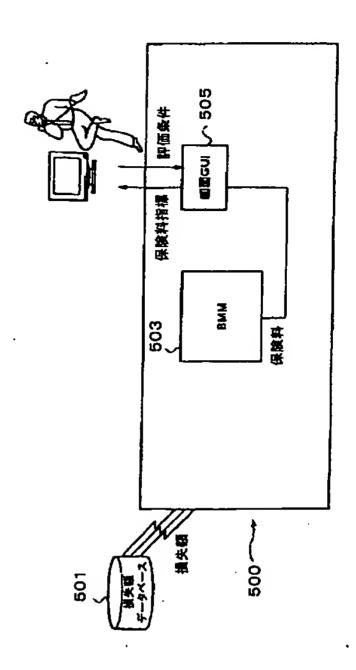




【図13】

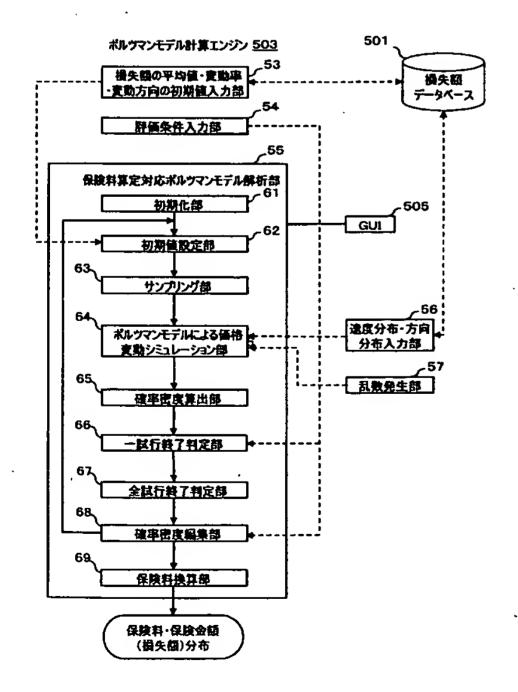
【図14】

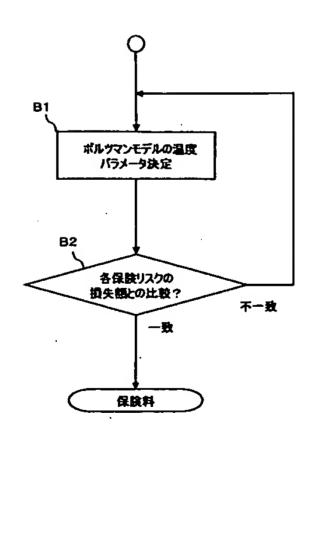




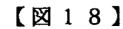
【図15】

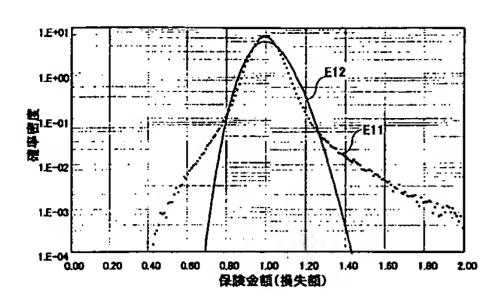
【図16】

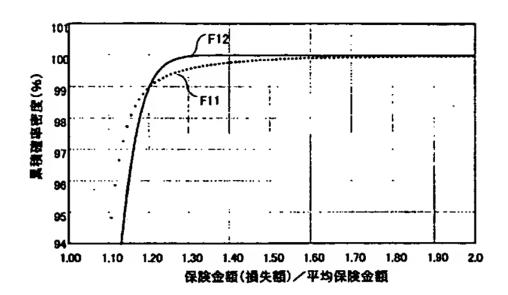




【図17】







フロントページの続き

(51) Int. Cl. 7

FΙ

テーマコード (参考)

G O 6 F 17/18 I G O 6 F 19/00 1 1 0

(74)代理人 100108707

弁理士 中村 友之

(74)代理人 100095500

弁理士 伊藤 正和

(74)代理人 100101247

弁理士 高橋 俊一

(74)代理人 100098327

弁理士 髙松 俊雄

(72)発明者 竹澤 伸久

神奈川県川崎市川崎区浮島町2番1号 株式会社東芝浜川崎工場内

(72)発明者 植之原 雄二

神奈川県川崎市川崎区浮島町2番1号 株式会社東芝浜川崎工場内

(72)発明者 村上 好樹

神奈川県川崎市川崎区浮島町2番1号 株式会社東芝浜川崎工場内

(72)発明者 川島 正俊

神奈川県川崎市川崎区浮島町2番1号 株式会社東芝浜川崎工場内

(72)発明者 阪上 允博

東京都港区芝浦一丁目1番1号 株式会社東芝本社事務所内

(72)発明者 石川 幸弘

神奈川県川崎市幸区堀川町66番2 東芝アイティー・ソリューション株式会社内

Fターム(参考) 5B056 BB61 BB64 HH00